

پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه ماهانه با استفاده از مدل خاکستری بهبود یافته (مطالعه موردی: ایستگاه هواشناسی فرودگاه شهر قزوین)

مریم کریمی خواجه غیائی^۱، علیرضا علی‌نژاد^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

۲- دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

(تاریخ دریافت: ۹۶/۱۲/۰۷، تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۹/۰۳)

چکیده

نظریه مدل خاکستری در مواردی به کار گرفته می‌شود که اطلاعات کافی از جامعه مورد مطالعه در دست نیست. مدل پیش‌بینی خاکستری برای رشته‌ای از اطلاعات با تنوع معین و ثابت مناسب است. مدل خاکستری می‌تواند با اعمال یکسری محاسبات اضافی سبب بهبود عملکرد پیش‌بینی در مواردی شود که اطلاعات چندان از سیستم مورد مطالعه در دست نیست. با استفاده از مدل خاکستری بهبودیافته مقدار خطای برآورد به میزان مورد توجه‌ای کاهش می‌یابد. در این مطالعه از داده‌های میانگین دمای بیشینه ماه‌های فروردین تا شهریور سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۱ ایستگاه هواشناسی فرودگاه قزوین برای پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه در شش ماهه اول سال ۱۳۹۲ استفاده شد. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که استفاده مدل خاکستری بهبودیافته به روش کاهنده و متابولیسم می‌تواند سبب افزایش دقت پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه ماهانه شود. پیش‌بینی‌های انجام شده برای ماه‌های فروردین (۲۰،۹ در مقابل ۲۱،۳ درجه سلسیوس) و خرداد (۳۰،۶ در مقابل ۳۰،۹ درجه سلسیوس) دقت داشتند در حالی که پیش‌بینی‌های مرداد و شهریور از اعتماد کمتری برخوردار بودند.

کلمات کلیدی: پیش‌بینی، مدل خاکستری، متابولیسم، هواشناسی.

مقدمه

غیره اهمیت زیادی دارد. وضعیت آب و هوا سامانه‌ای غیرخطی، پیچیده و فاقد مدل ریاضی است که به دلیل تغییرپذیر بودن سامانه با زمان، با روش‌های معمول پیش‌بینی، امکان پیش‌بینی رفتار این سامانه غیر ممکن است (علیاری شوره دلی و همکاران، ۱۳۸۳).

اغلب محققان با شرایط نامشخص، داده‌های ناقص و اطلاعات مبهم در پیش‌بینی‌های خود مواجه می‌شوند. اگر اطلاعات واضح و شفاف یک سامانه را با رنگ سفید و اطلاعات کاملاً ناشناخته را با رنگ سیاه نشان دهیم، در این صورت اطلاعات مربوط به بیشتر سامانه‌های موجود در طبیعت سفید یا سیاه نیستند بلکه مخلوطی از این دو رنگ یعنی "خاکستری رنگ" هستند. این گونه سامانه‌ها را "سامانه‌های خاکستری" می‌نامند (محمدی و مولایی، ۱۳۸۹). مدل پیش‌بینی خاکستری به عنوان هسته نظریه سیستم خاکستری، مزایای ایجاد یک مدل با داده‌های کم و غیرقطعی را داشته و ابزاری مناسب

همه جنبه‌های زندگی انسان متأثر از فرآیندهای آب و هوایی است و این تأثیرگذاری در زمینه‌های مختلفی چون کشاورزی، اقتصاد، حمل و نقل و صنایع نظامی دیده می‌شود (خلیلی و همکاران، ۱۳۸۹). بسیاری از معضلات محیطی عصر ما از جمله سیل، توفان، خشکسالی، تکثیر بیش از حد حشرات موذی و مصنوعیت آنها در برابر سموم و مسایلی از این دست، جملگی ریشه در تغییر اقلیم کره‌ی زمین خصوصاً وضعیت جوی و آب و هوایی دارد. با توجه به تغییرات اقلیمی، گرمایش جهانی و خشکسالی‌های اخیر، پیش‌بینی دماهای بیشینه به عنوان یکی از مهمترین پارامترهای اقلیمی، فرصت مناسبی را برای برنامه‌ریزی و ارایه تمهیدات لازم در اختیار برنامه‌ریزان قرار می‌دهد. بررسی و تحلیل دماهای بیشینه به عنوان یکی از فراسنج‌های اقلیمی در مدیریت منابع آبی و طبیعی، کشاورزی، گسترش آفات و بیماری‌ها، ذوب برف و سیلاب، تبخیر و تعرق، خشکسالی و

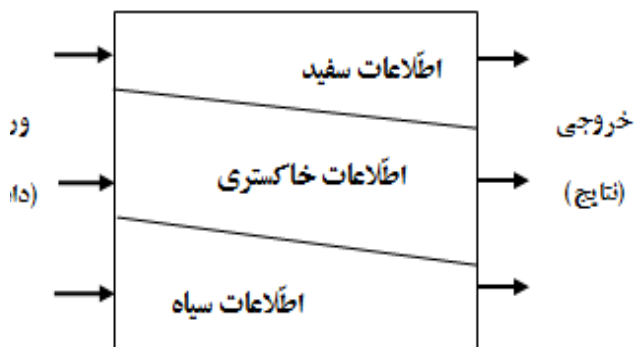
۲۰۲۰ میزان تقاضای بنزین را ۵۲,۱۰۱ میلیون تن و گازوئیل را ۵۷,۱۸۷ میلیون تن برآورد کند (ژوا ژنگ و همکاران، ۲۰۱۰).

کاظمی و همکاران در سال ۱۳۹۰ به ارایه مدلی جهت پیش‌بینی تقاضای انرژی بخش حمل و نقل با استفاده از مدل زنجیره مارکوف خاکستری پرداختند و با استفاده از مدل زنجیره مارکوف خاکستری، تقاضای انرژی بخش حمل و نقل در ایران تا سال ۱۴۰۰ را پیش‌بینی کردند. آنها برای پیش‌بینی از داده‌های سال‌های ۱۳۷۰ تا ۱۳۸۶ استفاده کردند. همچنین نتایج اجرای مدل گفته شده با نتایج اجرای مدل خاکستری و مدل رگرسیون مقایسه شده است (کاظمی عالی و همکاران، ۱۳۹۰). در سال ۲۰۱۵ لیو و همکاران از مدل خاکستری $GM(1,1)$ بهبود یافته برای تخمین میزان وقوع یخبندان در فصول سرد سال استفاده کردند. در این تحقیق آنها توانستند با دقت زیادی، میزان وقوع یخبندان و پیش‌بینی زمان وقوع اختلال در نقل و انتقال بین شهری را تخمین بزنند. (لیو و همکاران، ۲۰۱۵).

هدف این مقاله پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه ماه‌های فروردین تا شهریور سال ۱۳۹۲ با استفاده از مدل خاکستری و مدل خاکستری بهبود یافته، افزایش دقت برآورد، بدون نیاز به محاسبات پیچیده و دشوار و برنامه نویسی‌های تخصصی است.

مفاهیم نظری مطالعه

اصلی‌ترین مشخصه سامانه‌های خاکستری کامل نبودن اطلاعات مربوط به آن سامانه است (محمدی و مولایی، ۱۳۸۹ و شکل شماره ۱).



شکل ۱- نمایش مفهومی سیستم خاکستری

برای پیش‌بینی سیستم‌های با ساختار پیچیده، نامطمئن و نامنظم است (دننگ، ۱۹۸۹). در مقایسه با مدل‌های باکس-جنکینز و تکنیک‌های هوش مصنوعی که به تلاش و وقت زیادی برای مشخص کردن پارامترها و مدل‌سازی مراحل مختلف نیاز دارد، مدل‌های پیش‌بینی خاکستری بسیار کاربردی و ساده‌تر هستند (کاظمی و همکاران، ۱۳۹۰). از مهمترین مزایای استفاده از این مدل آن است که در عین سادگی، محاسبات آن از دقت مطلوبی برخوردار است (ملک و همکاران، ۱۳۹۰).

در سال ۲۰۱۲ ونگ و لیو با استفاده از مدل خاکستری $GM(1,1)$ به پیش‌بینی تعداد افراد با سن ۶۰ سال و بیشتر در شانگهای پرداختند که نشان می‌داد حداقل ۱۵۰۰۰۰ نفر به بازنشستگان در سال‌های ۲۰۱۰ تا ۲۰۱۵ اضافه می‌شود (ونگ و لیو، ۲۰۱۲).

در سال ۲۰۰۷، تونگ یان و یو ای مدل‌های خاکستری را برای پیش‌بینی تصادفات ترافیکی شهری چین به کار گرفته‌اند و در نهایت سهم احتمال رخ دادن تصادفات را تعیین کردند (تونگ یان و یو ای، ۲۰۰۷). در سال ۲۰۱۴، لیو و همکاران به پیش‌بینی جریان گردشگری (تعداد گردشگر) بر اساس مدل خاکستری بهبود یافته $GM(1,1)$ پرداختند. آن‌ها با شبیه‌سازی توانستند دقت پیش‌بینی‌های کوتاه مدت را افزایش دهند (لیو و همکاران، ۲۰۱۴). جوانمرد و فقیدیان در سال ۱۳۹۳، به پیش‌بینی قیمت نفت خام اوپک، با به کارگیری مدل پیش‌بینی خاکستری پرداختند. نتایج نشان داد که برای پیش‌بینی قیمت نفت، استفاده از مدل‌های پیش‌بینی خاکستری که نیاز به تعداد داده کمتری دارد، بهتر است (جوانمرد و فقیدیان، ۱۳۹۳).

در سال ۲۰۱۰، ژوا ژنگ و همکاران به ارایه مدلی ترکیبی از تئوری خاکستری و شبکه عصبی به پیش‌بینی تقاضای محصولات نفتی پرداختند. در این روش با استفاده از داده‌های مربوط به مصرف محصولات نفتی داخلی از طریق تلفیق بهینه مدل پیش‌بینی خاکستری $GM(1,1)$ و شبکه عصبی مصنوعی، مدل پیش‌بینی تلفیقی بنا نهاده شد. این مدل توانست بر ای سال

مدل پیش‌بینی خاکستری

مدل GM (1.1) سنتی^۱

GM مخفف مدل خاکستری است. عدد ۱ اول معرف

استفاده از معادله یک مرحله‌ای است و عدد ۱ دوم معرف وجود یک متغیر مستقل است. در این مدل توالی یا رشته اعداد به صورت تجمعی در می‌آیند به نحوی که در طول زمان افزایش می‌یابند. توابع تفاضلی تقریبی متناظر برای نمایش توسعه داده‌ها تشکیل می‌گردند. در ادامه فرایند تشکیل و حل مدل پیش‌بینی خاکستری خواهد آمد (لیو، ۲۰۱۶):

(۱) در مدل خاکستری رشته اعداد اولیه به صورت زیر است:

$$\mathbf{x}^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (1)$$

که در آن n تعداد داده‌ها و $x^{(0)}(i)$ مقدار مشاهده واقعی است؛ برای مثال:

$$\mathbf{x}^{(0)} = (3, 5, \dots, 7)$$

همچنین داده‌های تجمعی به صورت زیر تولید می‌شوند:

$$\mathbf{x}^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (2)$$

که در آن

$$\mathbf{x}^{(1)}(i) = \sum_{j=1}^i x^{(0)}(j), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

به عبارت دیگر $x^{(1)}(i)$ مقدار تجمعی $x^{(0)}(i)$ محسوب می‌شود که بر اساس مشاهدات واقعی محاسبه می‌شود.

(۲) انجام آزمون یکنواختی گوسی $p(i+1) = x(0)(i+1)/x(1)(i)$ برای زنجیره داده‌های تجمعی انجام می‌شود.

$p(i+1) < 0.5$ مطلوب می‌باشد. همچنین داریم:

$$\sigma^{(1)}(i+1) = \frac{x^{(1)}(i+1)}{x^{(1)}(i)} = \frac{x^{(0)}(i+1) + x^{(1)}(i)}{x^{(1)}(i)} = 1 + \quad (4)$$

$$p(i+1) < 1.5$$

(۳) برای به دست آوردن ضرایب معادله پیش‌بینی ابتدا باید رشته $w^{(1)}$ را محاسبه کرد:

$$\mathbf{w}^{(1)} = (w^{(1)}(1), w^{(1)}(2), \dots, w^{(1)}(n)) \quad (5)$$

هم $w^{(1)}(i+1)$ بدین ترتیب محاسبه می‌شود:

$$w^{(1)}(i+1) = 0.5x^{(1)}(i) + 0.5x^{(1)}(i+1)$$

آنگاه برای محاسبه ضرایب مدل از معادله دیفرانسیل زیر که به دلیل ماهیت تجمعی داده‌ها، عبارات آن قدری با روش

رگرسیون ساده متفاوت می‌باشد استفاده می‌کنیم:

$$\mathbf{x}^{(0)}(i) + a\mathbf{w}^{(1)}(i) = \mathbf{b} \quad (6)$$

\mathbf{a} و \mathbf{b} ضرایب پیش‌بینی مدل است.

(۴) ماتریس \mathbf{B} ، \mathbf{Y} و \mathbf{A} را برای حل معادله و محاسبه ضرایب \mathbf{a} و \mathbf{b} به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{B}\mathbf{A} \quad (7)$$

که در آن:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \text{ و } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -w^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -w^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{B}\mathbf{T}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{T}\mathbf{Y} \quad (8)$$

و برای برآورد ارزش‌های واقعی ابتدا محاسبات زیر را انجام می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \widehat{x}^{(1)}(1) &= x^{(0)}(1) \\ \widehat{x}^{(1)}(i+1) &= \frac{b}{a} + e^{-ai} \left(x^{(1)}(0) - \frac{b}{a} \right) \quad i \geq 1 \end{aligned} \quad (9)$$

حال با برآورد مقدار $\widehat{x}^{(1)}(i+1)$ پیش‌بینی مقدار واقعی $x^{(0)}(i+1)$ به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\begin{aligned} \widehat{x}^{(0)}(1) &= x^{(0)}(1) \\ \widehat{x}^{(0)}(i+1) &= \widehat{x}^{(1)}(i+1) - \widehat{x}^{(1)}(i) \quad i \geq 1 \end{aligned} \quad (10)$$

(۵) آزمون دقت برآورد از طریق محاسبه خطای مطلق $\varepsilon^{(0)}(i)$ ، خطای نسبی $e^{(i)}$ و $C=S2/S1$ انجام می‌شود:

$$\varepsilon^{(0)}(i) = x^{(0)}(i) - \widehat{x}^{(0)}(i) \quad (11)$$

$$e^{(i)} = \frac{\varepsilon^{(0)}(i)}{x^{(0)}(i)} \times 100\% \quad (12)$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x^{(0)}(i) - \bar{x}^{(0)}]^2} \quad (13)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \bar{x}^{(0)} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x^{(0)}(i) \\ s_2 &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\varepsilon^{(0)}(i) - \bar{\varepsilon}^{(0)}]^2} \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن

$$\bar{\varepsilon}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon^{(0)}(i)$$

و

¹ Traditional Gray Model (GM)

مواد و روش‌ها

داده‌های هواشناسی

در این پژوهش برای طراحی مدل خاکستری به منظور پیش‌بینی میانگین بیشینه دمای ماه‌های فروردین تا شهریور سال ۱۳۹۲، از داده‌های میانگین دمای بیشینه شش ماهه اول (ماه‌های فروردین تا شهریور) سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۱ استفاده شده است. داده‌های مربوطه در جدول شماره ۱ ارائه شده‌اند.

اجرای مدل

برای انجام محاسبات مربوطه به اجرای مدل خاکستری و عملیات جبری لازم از نرم‌افزار اکسل استفاده شد. ابتدا داده‌های میانگین دمای بیشینه سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۱ برای هر ماه به طور جداگانه در این نرم‌افزار ثبت شد. آنگاه محاسبات مربوط به مدل پیش‌بینی خاکستری با استفاده از کل داده‌ها (۱۲ داده) در نرم‌افزار اکسل نوشته و اجرا شد. برای مثال رشته داده‌های فروردین ماه سال‌های مورد بررسی عبارت بودند از:

$$x^{(0)} = (19.1, 19.7, 18.6, 16.2, 24.3, 15.9, 20.1, 18.1, 17.6, 17, 16.9, 22.1)$$

بعد از انجام عملیات جبری و برآورد S_1 و S_2 ، مقدار آماره C برای تعیین و برآورد میزان دقت مدل خاکستری اجرا شده، محاسبه شد.

در مرحله بعد اقدام به اجرای محاسبات مربوط به مدل کاهنده در مدل خاکستری شد؛ با $n=11$ (تعداد مشاهدات)

جدول ۱- داده‌های میانگین دمای بیشینه شش ماهه اول سال‌های

۱۳۸۰ تا ۱۳۹۲ ایستگاه هواشناسی فرودگاه قزوین (درجه سلسیوس)

شهریور	مرداد	تیر	خرداد	اردیبهشت	فروردین	سال
۳۰,۳	۳۶,۴	۳۴,۸	۳۱,۲	۲۶,۴	۲۲,۱	۱۳۸۰
۳۳,۷	۳۵,۶	۳۴,۸	۳۱,۴	۲۲,۴	۱۶,۹	۱۳۸۱
۳۲,۲	۳۵,۲	۳۵,۶	۲۸,۵	۲۳	۱۷	۱۳۸۲
۳۲,۹	۳۶	۳۳,۸	۲۹,۷	۲۲	۱۷,۶	۱۳۸۳
۳۲,۷	۳۵,۶	۳۵,۸	۳۰,۴	۲۵,۳	۱۸,۱	۱۳۸۴
۳۲,۵	۳۶,۱	۳۵,۶	۳۱,۴	۲۵,۶	۲۰,۱	۱۳۸۵

$$C = \frac{s_2}{s_1} \quad (15)$$

است. مقدار مورد قبول این آماره مساوی یا کمتر از ۰,۶۵ است. هر چه C کوچکتر باشد دامنه خطاهای پیش‌بینی کوچکتر و در نتیجه دقت بیشتر می‌شود.

مدل GM (1.1) بهبود یافته^۱

در مدل‌های پیش‌بینی، اغلب پیش‌بینی‌ها تحت تأثیر داده‌های با بازه زمانی کوتاه‌تر قرار می‌گیرند. بنابراین در صورتی که از کل رشته داده‌های واقعی بلند مدت استفاده شود مدل پیش‌بینی مورد تأثیر قرار گرفته و نمی‌تواند الگوی تغییرات کوتاه مدت را در نظر گیرد. به منظور در نظر گرفتن تغییرات کوتاه مدت، دو روش پیشنهاد شده است:

- مدل کاهش یافته خاکستری (نقطه آغازین متغیر) با

کاهش اندازه رشته داده به تعداد $n-3$

- مدل متابولیسم^۲

در روش مدل کاهش یافته خاکستری ابتدا هر یک از زیر

رشته‌ها محاسبه و آنگاه با مقایسه میزان خطای مدل بهترین مدل انتخاب می‌شود. در این روش هدف برآورد آخرین پیش‌بینی است. مانند:

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (16)$$

$$x^{(0)} = x^{(0)}(2), \dots, (x^{(0)}(n-2), x^{(0)}(n-1), x^{(0)}(n)) \quad (17)$$

$$x^{(0)} = x^{(0)}(n-3), (x^{(0)}(n-2), x^{(0)}(n-1), x^{(0)}(n)) \quad (18)$$

با بررسی میزان خطای تولیدی هر پیش‌بینی، بهترین مدل انتخاب خواهد شد.

در روش متابولیسم، برای مثال در صورتی که تعداد متغیر

هر رشته ۵ مشاهده در نظر گرفته شود، به تعداد زیر رشته خواهیم داشت:

$$(x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5))$$

$$(x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), x^{(0)}(6))$$

$$(x^{(0)}(n-4), x^{(0)}(n-3), x^{(0)}(n-2), x^{(0)}(n-1), x^{(0)}(n)) \quad (19)$$

در نهایت در قدم آخر از داده‌های سال‌های ۸۷، ۸۸، ۸۹ و ۹۰ و ۹۱ استفاده شد. برای زیر رشته‌های مشاهده‌ای نیز بدین روال عمل شد. در این جا نیز برای هر یک از زیر رشته‌های ایجاد شده محاسبات مربوط به مدل پیش‌بینی خاکستری انجام شد. آنگاه میانگین آماره C برای آماره‌های C برآورد شده برای هر کدام از زیر رشته‌های با تعداد مشاهدات برابر محاسبه شد.

تجزیه و تحلیل برون‌داد مدل خاکستری

میزان دقت برآورد مدل خاکستری سنتی، کاهنده و متابولیسیم در جدول شماره ۲ آمده است. در روش کاهش یافته به تعداد ۹ مدل و در روش متابولیسیم به تعداد ۹ دسته، محاسبات جبری انجام شد. میزان آماره C برای مدل خاکستری سنتی ماه‌های فروردین تا شهریور ماه به ترتیب ۰,۸۶، ۰,۸۸، ۰,۸۱، ۰,۹۴، ۰,۹۲ و ۰,۶۳ بود. به غیر از آماره C به دست آمده برای ماه شهریور، هیچکدام از آماره‌های دیگر مساوی یا کمتر از ۰,۶۵ نبودند. همچنین میزان آماره C برای مدل‌های کاهنده غالباً مقادیر بالای ۰,۶۵ را نشان دادند. مدل‌های کاهنده‌ای که این آماره در آنها از این مقدار کمتر بود مربوط به مدل‌هایی می‌شد که دارای ۴ یا ۵ (۹۱-۸۷ و ۹۱-۸۸) مشاهده بودند. به عبارت دیگر با افزایش حجم داده مقدار دقت برآورد در مدل خاکستری کاهش می‌یابد. این نتایج با یافته‌های لیو (۲۰۱۶) همخوانی دارد. همچنین با بررسی میزان میانگین آماره C برای دسته‌های مختلف مدل خاکستری روش متابولیسیم، می‌توان چنین استنباط کرد که تنها دسته مدل‌های با حجم n برابر با ۵ و ۴ مشاهده دارای مقدار قابل قبولی برای این آماره می‌باشند. با توجه به اینکه این آماره میانگین برآوردهای آماره C برای گروه‌های مختلف با حجم n می‌باشند. لذا انتظار می‌رود که مقدار برآورد شده اخیر اطلاعات بهتری از ماهیت داده‌های مورد بررسی ارائه دهند لذا می‌توانند معیار مناسبی برای انتخاب بهترین مدل برآورد باشند. به عبارت دیگر می‌توان با انجام روش متابولیسیم و برآورد آماره C و مقایسه آن با مقدار همین آماره برای مدل مورد نظر در روش سنتی و یا کاهنده، بهترین برآورد را انتخاب کرد.

۱۳۸۶	۱۵,۹	۲۳,۳	۳۱,۸	۳۴,۱	۳۴,۳	۳۳,۱
۱۳۸۷	۲۴,۳	۲۷,۳	۳۲,۴	۳۵,۲	۳۶	۳۳,۱
۱۳۸۸	۱۶,۲	۲۲,۹	۳۰,۵	۳۵,۸	۳۴,۸	۳۰,۷
۱۳۸۹	۱۸,۶	۲۲,۸	۳۲,۹	۳۷,۳	۳۴,۵	۳۲
۱۳۹۰	۱۹,۷	۲۳,۲	۳۲,۲	۳۶,۱	۳۶,۵	۳۰,۳
۱۳۹۱	۱۹,۱	۲۵,۴	۳۱,۳	۳۴,۳	۳۵,۳	۳۱,۷
۱۳۹۲	۲۱,۳	۲۳,۶	۳۰,۹	۳۵,۱	۳۴,۶	۳۳,۵

در رشته داده‌ها، می‌توان به تعداد ۳-n زیر رشته تولید نمود. تعداد مشاهده هر رشته نباید کمتر از ۴ باشد (لیو، ۲۰۱۶). بدین ترتیب که زیر رشته‌ها شامل ۱۰ داده آخر، ۹ داده آخر، ۸ داده آخر و به همین ترتیب تا آخرین زیر رشته شامل ۴ داده آخر بود. زیر رشته‌ها به این ترتیب تشکیل شدند:

$$x^{(0)} = (19.1, 19.7, 18.6, 16.2, 24.3, 15.9, 20.1, 18.1, 17.6, 17, 16.9)$$

$$x^{(0)} = (19.1, 19.7, 18.6, 16.2, 24.3, 15.9, 20.1, 18.1, 17.6, 17)$$

$$x^{(0)} = (19.1, 19.7, 18.6, 16.2, 24.3, 15.9, 20.1, 18.1, 17.6)$$

و به همین ترتیب تا در نهایت آخرین رشته دارای ۴ داده بود:

$$x^{(0)} = (19.1, 19.7, 18.6, 16.2)$$

برای هر یک از زیر رشته‌های ایجاد شده محاسبات مربوط به مدل پیش‌بینی خاکستری انجام شد. آنگاه آماره C برای هر کدام از زیر رشته‌ها محاسبه شد.

برای اجرای روش متابولیسیم، محاسبات روش کاهنده با پیچیدگی بیشتر انجام شد. با توجه به اینکه می‌توان برای n داده یا مشاهده به تعداد ۳-n زیر رشته تولید کرد، برای هر زیر رشته نیز باید محاسبات اضافی را انجام داد. برای مثال برای تشکیل زیر رشته ۴ تایی در قدم اول از داده‌های سال‌های ۸۰، ۸۱، ۸۲ و ۸۳ در قدم دوم از داده‌های سال‌های ۸۱، ۸۲، ۸۳ و ۸۴ در قدم سوم از داده‌های سال‌های ۸۲، ۸۳، ۸۴ و ۸۵ در نهایت در قدم آخر از داده‌های سال‌های ۸۸، ۸۹، ۹۰ و ۹۱ استفاده شد. برای زیر رشته ۵ تایی در قدم اول از داده‌های سال‌های ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳ و ۸۴ در قدم دوم از داده‌های سال‌های ۸۱، ۸۲، ۸۳ و ۸۴ و در قدم سوم از داده‌های سال‌های ۸۲، ۸۳، ۸۴ و ۸۵ و ۸۶ و ۸۵

به ترتیب ۰,۶۴ و ۰,۴ بود. لذا با توجه به آنکه تمامی این مدل‌ها دارای دقت قابل قبولی می‌باشند بنابراین مدل ۹۱-۸۷ به علت آنکه از حجم بیشتری از داده‌ها استفاده می‌کند می‌تواند مدل مناسب‌تری برای پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه فروردین ماه سال ۱۳۹۲ باشد. مقدار پیش‌بینی شده با مقدار واقعی نیز تفاوت چندانی ندارد (۲۰,۹ در مقابل ۲۱,۳) و این خود مؤید دقت زیاد این برآورد است. این استدلال برای پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه اردیبهشت ماه سال ۱۳۹۲ نیز صدق می‌کند.

جدول شماره ۳ حاوی پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه سال ۱۳۹۲ می‌باشد. این نتایج تنها مربوط به مدل‌های کاهنده و متابولیسیم دارای آماره C پایین‌تر از ۰,۶۵ می‌باشد. به دلیل آنکه نتایج برآورد مدل‌های n برابر با ۵ و ۴ مشاهده مشابه برآوردهای متناظر با همان تعداد مشاهده در مدل خاکستری روش کاهنده و تکراری است، برآوردهای مربوطه در جدول شماره ۳ آورده نشدند. برای ماه فروردین آماره C برای مدل‌های کاهنده ۹۱-۸۷ و ۸۸-۹۱ مساوی با هم و برابر با ۰,۲۶ بود. همچنین برآورد میانگین این آماره برای مدل‌های متناظر در روش شده متابولیسیم

جدول ۲- دقت برآورد (آماره C) مدل خاکستری سنتی، کاهنده و متابولیسیم برای ماه‌های فروردین تا شهریور سال‌های ۹۱-۱۳۸۰

مدل (تعداد مشاهده)	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور
سنتی (۱۳۸۰-۱۳۹۱)	۰,۸۶	۰,۸۸	۰,۸۱	۰,۹۴	۰,۹۲	۰,۶۳
کاهنده (۱۳۸۱-۱۳۹۱)	۰,۹۴	۰,۹۴	۰,۷	۰,۹۶	۰,۹۹	۰,۷۲
(۱۳۸۲-۱۳۹۱)	۰,۹۶	۰,۹۷	۰,۶	۰,۹۴	۰,۹۸	۰,۷۳
(۱۳۸۳-۱۳۹۱)	۰,۹۸	۰,۸۴	۰,۷۳	۰,۸۵	۰,۹۶	۰,۷۳
(۱۳۸۴-۱۳۹۱)	۰,۹۸	۰,۹۵	۰,۸۳	۰,۹۸	۰,۹۹	۰,۷۴
(۱۳۸۵-۱۳۹۱)	۰,۹۸	۰,۹۵	۰,۹۸	۰,۹۷	۰,۸۶	۰,۷۴
(۱۳۸۶-۱۳۹۱)	۰,۸	۰,۹۳	۰,۹۹	۰,۸۱	۰,۸۵	۰,۷۵
(۱۳۸۷-۱۳۹۱)	۰,۲۶	۰,۲۹	۰,۹۳	۰,۷۸	۰,۷۹	۰,۶۲
(۱۳۸۸-۱۳۹۱)	۰,۲۶	۰,۳۳	۰,۰۴	۰,۱۳	۰,۸۶	۰,۹۱
متابولیسیم n=۱۱	۰,۹۰	۰,۹۲	۰,۷۲	۰,۸۹	۰,۹۶	۰,۶۷
n=۱۰	۰,۹۲	۰,۹۴	۰,۶۵	۰,۸۷	۰,۹۲	۰,۶۹
n=۹	۰,۹۴	۰,۸۹	۰,۶۷	۰,۸۶	۰,۹۲	۰,۷۱
n=۸	۰,۹۲	۰,۸۳	۰,۶۸	۰,۸۸	۰,۹۲	۰,۷
n=۷	۰,۸۸	۰,۸	۰,۶۷	۰,۸۹	۰,۸۹	۰,۶۶
n=۶	۰,۸۱	۰,۷۷	۰,۶۶	۰,۸۱	۰,۸۳	۰,۶۳
n=۵	۰,۶۴	۰,۶۵	۰,۶	۰,۷۲	۰,۷۸	۰,۶۳
n=۴	۰,۴۴	۰,۴۸	۰,۳۹	۰,۵۲	۰,۶۵	۰,۵۱

جدول ۳- پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه ماه‌های فروردین تا شهریور سال ۱۳۹۲ (درجه سلسیوس)

مدل	فروردین		اردیبهشت		خرداد		تیر		مرداد		شهریور
	پیش‌بینی	°C	پیش‌بینی	°C	پیش‌بینی	°C	پیش‌بینی	°C	پیش‌بینی	°C	
کاهنده (۱۳۸۷-۱۳۹۱)	۲۰,۹	۰,۲۶	۲۵,۳	۰,۲۹	۳۲,۱	۰,۹۳	۳۴,۵	۰,۷۸	۳۶,۲	۰,۶۲	۳۱,۵
(۱۳۸۸-۱۳۹۱)	۱۹,۶	۰,۲۶	۲۶,۵	۰,۳۳	۳۰,۶	۰,۰۴	۳۳	۰,۱۳	۳۶,۲	۰,۹۱	۳۱
متابولیسیم n=۵	-	۰,۶۴	-	۰,۶۵	-	۰,۶	-	۰,۷۲	-	۰,۷۸	-
n=۴	-	۰,۴۴	-	۰,۴۸	-	۰,۳۹	-	۰,۵۲	-	۰,۶۵	-
مقدار واقعی	۲۱,۳		۲۳,۶		۳۰,۹		۳۵,۱		۳۴,۶		۳۳,۵

کمتر باشد میزان اعتماد به پیش‌بینی انجام شده بیشتر خواهد بود. مزیت مدل‌های پیش‌بینی خاکستری کاهنده و متابولیسیم آن است که کاربر با استفاده از آنها به نحو مناسب‌تری می‌تواند مدل پیش‌بینی کمیت مورد نظر را انتخاب نماید. پیش‌بینی‌های انجام شده برای ماه‌های فروردین (۲۰,۹) در مقابل (۲۱,۳) و خرداد (۳۰,۶) در مقابل (۳۰,۹) نیز مؤید همین واقعیت است. پیشنهاد می‌شود تا از مدل پیش‌بینی خاکستری به همراه مدل‌های کاهش یافته خاکستری و متابولیسیم جهت پیش‌بینی سایر کمیت‌های هواشناسی نیز استفاده شود تا کارایی آن به نحو جامع‌تری مورد ارزیابی قرار گیرد.

منابع

- ۱- جوانمرد، ح. ، فقیدیان، س. ف. ، پیش‌بینی قیمت نفت خام اوپک با بکارگیری مدل پیش‌بینی خاکستری، فصلنامه مدل‌سازی اقتصادی، شماره ۲۷، صفحه ۹۱ الی ۱۱۴، ۱۳۹۳.
- ۲- خلیلی، ن. ، خداشناس، س. ر. ، داوری، ک. و موسوی‌باگی، م. ، پیش‌بینی بارش روزانه با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی مطالعه موردی: ایستگاه سینوپتیک مشهد، مجله پژوهش‌های آبخیزداری، شماره ۸۹، صفحه ۷ الی ۱۵، ۱۳۸۹.
- ۳- علیاری‌شوره‌دلی، م. ، تشنه‌لب، م. و خاکی‌صدیق، ع. ، پیش‌بینی کوتاه مدت آلودگی هوا با کمک شبکه‌های عصبی پرسپترون چندلایه و خط حافظه دار با تأخیر، مجموعه مقالات ششمین کنفرانس سیستم‌های هوشمند، دانشگاه شهید باهنر کرمان، صفحه ۱۳۹ الی ۱۶۴، ۱۳۸۳.
- ۴- کاظمی، ع. ، مدرس، م. و مهرگان، م. ر. ، پیش‌بینی تقاضای انرژی بخش حمل و نقل با استفاده از مدل زنجیره مارکوف خاکستری: مطالعه‌ی موردی در ایران، مجله مدیریت صنعتی، شماره ۷، صفحه ۱۱۷ الی ۱۳۲، ۱۳۹۰.

البته در این مورد اختلاف مقدار پیش‌بینی و واقعی قدری بیشتر است (۲۵,۳) در مقابل (۲۳,۶). با بررسی پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه انجام شده برای خرداد ماه سال ۱۳۹۲ مشاهده می‌شود که میزان آماره C مدل‌های متابولیسیم n برابر با ۵ و ۴ پایین‌تر از ۰,۶۵ است لیکن به دلیل آنکه مقدار این آماره برای مدل کاهنده ۹۱-۸۷ بالاتر از ۰,۶۵ است لذا فقط پیش‌بینی مدل کاهنده ۹۱-۸۸ می‌تواند برای برآورد کمیت دمایی مورد نظر تأیید گردد (۳۰,۹) در مقابل (۳۰,۶). تقریباً با همین استدلال در پیش‌بینی این کمیت برای تیر ماه سال ۱۳۹۲ نیز مدل کاهنده ۹۱-۸۸ مورد قبول خواهد بود. در این خصوص باید توجه داشت که گرچه مقدار آماره C مدل کاهنده ۹۱-۸۸ برابر با ۰,۱۳ است لیکن مقدار آن برای مدل متابولیسیم متناظرش (n=4) تا حدودی بالا است (۰,۵۲). این موضوع قدری از میزان اعتماد به پیش‌بینی خواهد کاست. در رابطه با پیش‌بینی کمیت مورد بحث در مرداد ماه سال ۱۳۹۲، با توجه به آنکه هیچکدام از مدل‌های مورد بررسی نتوانستند دقت لازم را برای پیش‌بینی ارائه نمایند بنابراین با داده‌های موجود دقت پیش‌بینی میانگین دمای بیشینه مرداد سال ۱۳۹۲ کم خواهد بود. بر اساس نتایج به دست آمده بهترین مدل برای پیش‌بینی کمیت مورد نظر برای شهریور ماه سال ۱۳۹۲ مربوط به مدل کاهنده ۹۱-۸۷ است. لیکن همانند پیش‌بینی مربوط به تیرماه، مقدار آماره C نسبتاً بزرگ است. و لذا میزان اعتماد به این پیش‌بینی نیز کمتر از ماه‌های فروردین، اردیبهشت و خرداد است.

نتیجه‌گیری

مدل پیش‌بینی خاکستری GM (1,1) اساساً برای مواردی کاربرد دارد که داده‌ها و اطلاعات اندکی در خصوص صفت یا کمیت مورد نظر موجود باشد. نتایج این بررسی برای پیش‌بینی کمیت هواشناسی میانگین دمای بیشینه ماهانه نشان داد که در اکثر موارد حجم داده برابر با ۴ و ۵ مشاهده می‌تواند برآورد قابل قبولی از کمیت مورد نظر ارائه دهند منوط بر آنکه مقدار آماره C کمتر از مقدار ۰,۶۵ باشد. هر چه مقدار این آماره

- 10- Liu, X., Peng, H., Bai, Y., Zhu, Y., and Liao, L. "Tourism Flows Prediction Based on an Improved Grey GM (1,1) Mode", *Procedia - social and behavioral sciences*, Vol. 138, pp. 767 – 775, 2014.
- 11- Tongyuan, H., and Yue, W. "Forecasting model of urban traffic accidents based on grey model-GM (1, 1)", *Institute of Computer, Second Workshop on Digital Media and its Application in Museum & Heritages*, pp. 438-441, Dec. 2007.
- 12- Wang, Y., and Liu, C., "Preliminary Research on Aging Population and Flexible Retirement Policy of Shanghai", *IERI Procedia*, Vol. 2, pp. 455-459, 2012.
- 13- Haozheng, S., Yanjun, J., and Qingzhe1 J. "The Combined Model of Gray Theory and Neural Network which is based Matlab Software for Forecasting of Oil Product Demand", *The Second China Energy Scientist Forum*, pp. 115-160, Jan. 2010.
- ۵- محمدی، ع. و مولائی، ن.، کاربرد تصمیم‌گیری چند معیاره خاکستری در ارزیابی عملکرد شرکت‌ها، *مجله مدیریت صنعتی*، شماره ۲، ۱۲۵ الی ۱۴۲، ۱۳۸۹.
- ۶- ملک، ا. م.، دباغی، آ. و آریانژاد، م. ب. ق.، مبانی تئوری سیستم‌های خاکستری با مروری بر روش‌های عدم قطعیت، *انتشارات ترمه*، ۱۳۹۰.
- 7- Deng, J. L. "Introduction to grey system theory", *The Journal of Grey System*, Vol. 1, pp. 1–24, 1989.
- 8- Huang, M., Yong, H., and Haiyan, C. "Predictive analysis on electric-power supp and demand in China, Renewable Energy", Vol. 32, pp. 1165-1174, 2007.
- 9- Li, G. D., Yamaguchi, D., and Nagai, M. A. "GM (1, 1) –Markov chain combined model with an application to predict the number of Chinese international airlines", *Technological Forecasting & Social Change*, Vol. 74, pp. 1465-1481, Oct. 2007.