

نگرشی بر دقت روابط متداول در محاسبه زاویه میل خورشید

احمد عسگری^۱، محمود سمیعی^۲
(تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۸۴/۱۱/۱۰)

زاویه میل خورشید (δ) یکی از ویژگی‌های مهم هندسه زمین و خورشید است. در این مطالعه ۱۳ رابطه محاسباتی آن که در سال‌های اخیر ارائه شده‌اند مورد بررسی قرار گرفته‌اند. الگوریتم‌های میخالسکی^۳ (۱۹۸۸)، والراون^۴ (۱۹۷۸) و رابطه بورگس^۵ (۱۹۸۵)، در مقایسه با مقادیر واقعی در پنج سال انتخابی ۱۹۷۰، ۱۹۸۰، ۱۹۸۶، ۱۹۸۹ و ۲۰۰۱ به ترتیب دقیق‌ترین روابط شناخته شده‌اند. الگوریتم میخالسکی به عنوان دقیق‌ترین رابطه فقط دارای حداکثر خطای حدود ۰/۰۰۳ درجه در روز ۹ مارس سال ۱۹۸۰ می‌باشد. رابطه معروف اسپنسر^۶ (۱۹۷۱) و رابطه WMO (1984)^۷ در ردیف‌های پنجم و ششم رتبه‌بندی شده‌اند و برای محاسبات دقیق مختصات خورشیدی و نیز مطالعات دقیق تشعشع‌سنجی و بهره‌برداری از انرژی خورشیدی مورد تأیید قرار نمی‌گیرند. رابطه اسپنسر (۱۹۷۱) که با چند جمله از بسط فوریه مقدار زاویه میل خورشید را بیان می‌کند تا حدود ۱ درجه خطا را نشان می‌دهد. روابط کوپر^۸ (۱۹۶۹) و پیسیمانیس^۹ (۱۹۸۷) با رتبه‌های دوازده

چکیده

*

*

*

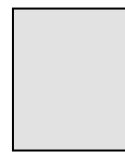
۱- پژوهشکده هواشناسی

۲- سازمان هواشناسی کشور

3. Michalsky
4. Walarven
5. Bourges
6. Spencer
7. World Meteorological Organization
8. Cooper
9. Pisimanis

و سیزده دارای بیشترین خطا و به عنوان ضعیف‌ترین روابط تشخیص داده شده‌اند.

کلمات کلیدی: زاویه میل خورشید، مختصات خورشید، طول روز، تابش خورشیدی، اقلیم، سازه اقلیمی.



مقدمه

یکی از مهمترین سازه‌های اقلیمی عرض جغرافیایی است که همراه زاویه‌ی میل خورشید^۱ در تعیین مشخصات لحظه‌ای خورشید، شدت تابش لحظه‌ای در بالای جو، میزان تابش دریافتی ساعتی، روزانه، ماهانه و سالانه در بالای جو نقش تعیین کننده‌ای را دارا می‌باشد. نظر به اهمیت تعیین طلوع و غروب خورشید و ظهر واقعی و نیز پاسخگویی به تقاضاهای روزافزون به اطلاعات انرژی خورشیدی از سوی کاربران در شاخه‌های صنعت، کشاورزی، مسکن، گردشگری و غیره و نیز ضرورت بازسازی و تکمیل داده‌های دیدبانی شده تابش در سطح زمین به کمک مقادیر محاسباتی، تعیین دقیق‌ترین و مناسب‌ترین روش تقریبی محاسبه‌ی زاویه میل خورشید حائز اهمیت است، زیرا به کمک آن می‌توان میزان دقیق تابش دریافتی در بالای جو را در مقاطع زمانی مختلف محاسبه و آنگاه مقدار تابش دریافتی در سطح زمین را برای مناطق فاقد دیدبانیهای تشعشع‌سنجی با روشهای متداول تخمین زده و نیز در مناطق دارای دیدبانیهای تشعشع‌سنجی کیفیت داده‌ها را تا حد مطلوبی کنترل نمود [۸].

با فرض ثابت بودن تأثیر دیگر عوامل و علل ممکن در تغییر اقلیم، چنانچه افزایشی (کاهش) در دامنه سالانه زاویه میل خورشید صورت پذیرد، اختلاف فصلی تابستان با زمستان به طور جزئی تشدید (تضعیف) خواهد شد.

این زاویه با فاصله زاویه‌ای خورشید از استوای سماوی^۲ و در امتداد دایره ساعتی خورشید تعریف می‌گردد و چنانچه خورشید در نیمه شمالی کره سماوی باشد این زاویه مثبت و در نیمکره‌ی جنوبی کره سماوی مقدار آن منفی خواهد بود. دامنه سالانه تغییرات زاویه میل خورشید (δ) در حدود $\pm 23/44$ درجه می‌باشد و نحوه این تغییرات در طول سال خطی نبوده و تقریباً سینوسی است.

1. Solar Declination Angle
2. Celestial

تعبیر و تفسیر تغییرات زاویه میل با توجه به فصول و تقویم شمسی که تقویم رسمی ایران است، از نقطه نظر هماهنگی با نظم طبیعت و حرکات زمین در منظومه شمسی و نیز سهولت محاسبات در مسایل نجومی نسبت به تقویم میلادی به طور برجسته‌ای برتری دارد.

مقادیر حدی زاویه میل خورشید در انقلاب تابستانه^۱ و زمستانه اتفاق می‌افتد و در همین ایام هم کمترین تغییرات روزانه آن دیده می‌شود. مقدار این زاویه در اعتدال بهاره^۲ منطبق بر آغاز سال شمسی (اول فروردین مطابق با ۲۱ مارس) و در اعتدال پاییزه^۳ که در حوالی اول مهرماه سال شمسی و برابر ۲۳ سپتامبر سال میلادی اتفاق می‌افتد برابر صفر می‌باشد. تغییرات سال به سال و درازمدت زاویه‌ی میل خورشید بسیار خفیف بوده و برای دو مقدار حدی در انقلابین به تبع از تغییرات کجی محور زمین صورت می‌گیرد.

در حال حاضر که زاویه کجی محور زمین در حدود ۲۳/۴۴ درجه می‌باشد، بالتبع دامنه تغییرات زاویه میل خورشید در دامنه $\pm 23/44$ درجه خواهد بود. قابل ذکر است که تغییرات کجی محور زمین از یک چرخه ۴۰ هزار ساله پیروی می‌نماید و به نقل از لاک وود^۴ به نظر می‌رسد که از ۲۱/۸ تا ۲۴/۴ درجه در نوسان باشد و در حال حاضر هم روند آن کاهشی است [۱۱].

نظر به اهمیت تعیین مقدار واقعی و دقیق زاویه میل خورشید در هر لحظه از سال، در گزارش حاضر ۱۳ روش محاسباتی ارایه شده و بعضی از آنها که دارای الگوریتم نسبتاً سنگین و پیچیده‌ای بوده و کاربرد آنها به کمک برنامه‌های کامپیوتری با دقت مضاعف^۵ امکان پذیر می‌باشد، مورد استفاده قرار گرفته است.

مقدار واقعی زاویه میل خورشید برای هر سال در نشریات مختلفی ارایه می‌شود و در این بررسی از مقادیر دقیق زاویه میل خورشید در ساعت 00 هر روز به وقت جهانی (UT) و در پنج سال انتخابی ۱۹۷۰، ۱۹۸۰، ۱۹۸۶، ۱۹۸۹ و ۲۰۰۱ که در نشریات Astronomical Ephemeris (1970, 1980) و Astronomical Almanac (1986, 1989, 2001) با دقت دهم ثانیه درج گردیده، استفاده شده است [۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵ و ۲۶].

ساده‌ترین روش‌های تعیین زاویه میل خورشید $\delta = \varepsilon \sin(2K\pi/365)$ و $\delta = -\varepsilon \cos(2\pi N/365)$ می‌باشند، که در آنها K شماره روز در تقویم شمسی، N شماره روز

1. Solstice
2. Vernal Equinox
3. Autumnal Equinox
4. Lockwood
5. Double Precision

در تقویم میلادی و ϵ زاویه کجی محور زمین و δ زاویه میل خورشید است [۸]. کاربرد هر دو رابطه فوق با خطای نسبتاً زیاد همراه می‌باشد، به گونه‌ای که معادله دوم حداکثر خطایی در حدود ۱/۵ درجه در حوالی اعتدال بهاره نشان می‌دهد و به همین دلیل در گزارش حاضر از این دو رابطه استفاده نشده است. در مقابل و چنانکه گفته شد ۱۳ روش متداول و معروف در اینجا مورد بررسی قرار گرفته است.

از دیگر روابط سینوسی که در مقایسه با دو رابطه فوق‌الذکر اصلاحاتی در آن انجام گرفته و در گذشته بیشتر مورد استفاده واقع شده است، رابطه‌ی سینوسی کوپر (۱۹۶۹) است و مطابق بررسی‌ها و چنانکه نشان داده خواهد شد از نامناسب‌ترین روابط شناخته شده است [۵ و ۱۰]. در ۲۰ سال گذشته اکثر روشهای نسبتاً دقیق برپایه استفاده از سریهای مثلثاتی ساخته شده‌اند. اسپنسر (۱۹۷۱) برای اولین بار با کاربرد سریهای فوریه^۱ رابطه‌ای برای محاسبه زاویه میل خورشید ارائه نمود که رابطه وی در محاسبه زاویه میل خورشید در مقایسه با مقادیر واقعی سال ۱۹۵۰ حداکثر خطایی در حدود ۲/۴ دقیقه نشان می‌دهد. بر پایه بررسیهای ما میزان این خطا در سال ۱۹۸۹ معادل ۱۷/۹ دقیقه بوده است [۱۹].

یادآوری می‌شود که به جز رابطه بسیار جالب بورگس (۱۹۸۵) در تمامی روابطی که با استفاده از سریهای فوریه و به روش کمترین توانهای دوم بنا شده‌اند، تغییرات سالیانه زاویه میل خورشید در نظر گرفته نشده است و از اینرو استفاده از این روابط در محاسبات دقیق توصیه نمی‌گردد [۳]. والراون (۱۹۷۸) به کنار گذاشتن سریهای فوریه برای اولین بار با ارائه یک برنامه فرعی کامپیوتری و با در نظر گرفتن تغییرات سالیانه، مختصات خورشیدی را تنها براساس طول خورشید^۲ با دقت ۰/۰۱ درجه محاسبه نمود، بنظر ما گزارش وی صرفنظر از اشکالات جزئی به عنوان نقطه عطفی در ادبیات نجومی محسوب می‌شود [۱، ۲۷ و ۲۸].

بورگس (۱۹۸۵) بادر نظر گرفتن تغییرات سالیانه زاویه میل خورشید و با اصلاحاتی چند روی سریهای فوریه، مجموعه روابط قابل توجهی را ارائه نمود. اما بنظر می‌رسد که به علت اشکال موجود در یکی از روابط وی که مورد بحث قرار گرفت و در گزارش حاضر تصحیح شده است، این رابطه دقیق کمتر مورد استفاده قرار گرفته باشد [۳].

1. Fourier Series
2. Longitude of the Sun

الگاریتم‌های دیگری نیز در سال‌های اخیر معرفی شده‌اند که زاویه میل خورشید را با دقت بالایی محاسبه می‌کنند که از این میان می‌توان به روش یالوپ^۱ (۱۹۹۲) و ردا و آندریاس^۲ (۲۰۰۴) اشاره کرد. روش یالوپ که برای محاسبه زاویه میل در دوره ۱۹۸۰-۲۰۵۰ معتبر است، دارای دقت حدود یک دقیقه و روش ردا و آندریاس دارای حداکثر خطای محاسباتی ۰/۰۰۰۰۷ درجه از انجام محاسباتی آن در سال‌های ۱۹۹۴، ۱۹۹۵، ۱۹۹۶ و ۲۰۰۴ می‌باشد [۱۸ و ۳۳].

مواد و روش‌ها

هرچند که همه ساله مختصات خورشیدی با دقت زیاد در نشریات آلماناک جدول‌بندی و انتشار می‌یابد، اما کاربرد این جداول هم به صورت دستی و هم به کمک برنامه‌های کامپیوتری وقت‌گیر و با دشواریهای زیاد همراه است. از اینرو در گذشته به منظور عدم مراجعه به جداول آلماناک و ایجاد سهولت در امر محاسبات نجومی و در آنجا که نیاز چندانی به دقت زیاد در محاسبه زاویه میل خورشید نبود، روابط بسیار ساده سینوسی مورد استفاده قرار می‌گرفت [۸ و ۱۵].

روابط و مدل‌های مورد استفاده

در متون و ادبیات خورشیدی و نجومی روابط بسیاری برای محاسبه زاویه میل خورشید که در اینجا با δ نشان داده می‌شوند، مطرح شده است. در این گزارش ۱۳ رابطه از معروفترین روابط محاسبه آن با مشخصات زیر مورد استفاده قرار گرفته است و چنانچه گفته شد از بررسی روابط ساده اولیه که دارای دقت معقول نبوده‌اند صرفنظر شده است. ۱۳ رابطه مورد نظر با رعایت ویرایش منابع مورد استفاده عبارتند از:

۱- کوپر (۱۹۶۹)

$$\delta = 23.45^\circ \sin(360(284+n)/365) \quad (1)$$

که در آن n روز در سال و در تقویم میلادی است [۵ و ۱۰].

۲- اسپنسر (۱۹۷۱)

$$\delta = 0.006918 -$$

$$0.399912 \cos(\theta) + 0.070257 \sin(\theta) - 0.006758 \cos(2\theta) + 0.000907$$

1. Yallop

2. Reda and Andreas

$$\sin(2\theta) - 0.002697\cos(3\theta) + 0.001480\sin(3\theta) \quad (۲)$$

$$\theta = 2\pi dn/365 \quad (۳)$$

dn شماره روز در سال است و برای اول ژانویه صفر و برای ۳۱ دسامبر ۳۶۴ در نظر گرفته می‌شود. θ نیز برحسب رادیان محاسبه می‌شود [۱۹].

۳- بریچامبات^۱ (۱۹۷۵):

$$\sin(\delta) = 0.4\sin g(n) \quad (۴)$$

$$g(n) = 2\pi(n-82)/365 \quad (۵)$$

n شماره روز در تقویم میلادی است [۸].

۴- دگنیاکس^۲ (۱۹۷۵):

$$\delta = 0.33281 - 22.984\cos(d) - 0.3499\cos(2d) - 0.1398\cos(3d) + 3.7872\sin(d) + 0.3205\sin(2d) + 0.07187\sin(3d) \quad (۶)$$

$$d = 360D/365 \quad (۷)$$

که در آن D شماره روز و برای اول ژانویه D=1 در نظر گرفته می‌شود [۷].

۵- والراون (۱۹۷۸):

در الگوریتم والراون روابط زیر برای تعیین موقعیت خورشید ارایه شده است [۱، ۲۷ و ۲۸] که در اینجا تنها محاسبه زاویه میل خورشید (δ) مورد بررسی قرار می‌گیرد، محاسبات با تعیین عامل زمان (TIME) نسبت به ظهر اول ژانویه ۱۹۸۰ و برای هر سال مورد نظر (YEAR) و به ترتیب زیر صورت می‌پذیرد:

$$\Delta = \text{YEAR} - 1980 \quad (۸)$$

$$\text{LEAP} = \text{INT}(\Delta/4) \quad (۹)$$

$$\text{TIME} = \Delta * 365 + \text{LEAP} + \text{DAY} - 1 + (\text{HOUR} + (\text{MINUTE} + \text{SECOND}/60)/60)/24 \quad (۱۰)$$

1. Brichambaut
2. Dogniaux

DAY شماره روز در سال است که برای اول ژانویه ۱ در نظر گرفته می‌شود، به جز سالهای کبیسه که در آن سالهای قبل از اول مارس یک واحد از شماره روز کم می‌شود در این روابط محاسبات را می‌توان در ساعات مختلف شبانه‌روز (HOUR) و یا با توجه به اجزاء ساعت (دقیقه و ثانیه) انجام داد. در الگوریتم والراون محاسبه موقعیت خورشید نسبت به وقت محلی و تغییر ساعت در فصول مختلف که به منظور صرفه‌جویی در مصرف انرژی صورت می‌گیرد، نیز پیش‌بینی شده است. در این روابط مختصات خورشید در کره سماوی تنها با استفاده از طول خورشید (n که با L نشان داده می‌شود) به ترتیب زیر برحسب رادیان محاسبه می‌شود:

$$\theta = 2\pi * \text{TIME} / 365.25 \quad (11)$$

$$g = -0.031271 - (4.53963 * 10^{-7}) * \text{TIME} + \theta \quad (12)$$

$$L = 4.900968 + (3.67474 * 10^{-7}) * \text{TIME} + (0.033434 - 2.3 * 10^{-9} * \text{TIME}) * \sin(g) + 0.000349 * \sin(2g) + \theta \quad (13)$$

با محاسبه مقدار L و با استفاده از مثلثات کروی، زاویه میل (δ) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\sin(\delta) = \sin \varepsilon \sin L \quad (14)$$

در روابط فوق g میانگین نابهنجاری زمین^۱ و ε زاویه کجی زمین^۲ یعنی زاویه بین صفحه دایرة البروج و صفحه استوای سماوی است و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\varepsilon = 23.4420 * \pi / 180.0 - 6.2149 * 10^{-9} * \text{TIME} \quad (15)$$

۶- کریدر^۳ (۱۹۸۱):

$$\sin \delta = 0.39795 * \cos(0.98563 * (n - 173)) \quad (16)$$

n شماره روز در تقویم میلادی است [۸].

۷- چودهوری^۴ (۱۹۸۲):

$$\delta = 0.38647 - 0.792624 \cos t + 0.377853 \cos 2t + 0.030124 \cos 3t + 23.259526 \sin t + 0.131544 \sin 2t - 0.1670135 \sin 3t \quad (17)$$

که در آن

$$t = 2\pi (n - 80) / 365 \quad (18)$$

n شماره روز در تقویم میلادی است [۴].

1. Mean Anomaly
2. Obliquity of Ecliptic
3. Kreider
4. Choudhury

۸- WMO (1983):

$$\delta = 0.006918 - 0.399912 \cos \theta + 0.70257 \sin \theta - 0.006758 \cos 2\theta + 0.000908 \sin 2\theta \quad (19)$$

و

$$\theta = 2\pi dn/365 \quad (20)$$

n شماره روز در تقویم میلادی است [۳۰].

۹- WMO (1984):

$$\sin \delta = (\sin 23^\circ, 26', 38'') \sin \sigma \quad (21)$$

$$\sigma = 279.9348 + d + 1.9148 \sin d - 0.07$$

$$95 \cos d + 0.0199 \sin 2d - 0.0016 \cos 2d \quad (22)$$

و

$$d = \frac{((\text{JulianDay}) - 1) * 360}{365.242} \quad (23)$$

n شماره روز در تقویم میلادی است [۳۰].

۱۰- بورگس (۱۹۸۵):

$$\delta = 0.3723 + 23.2567 \sin wt + 0.1149 \sin 2wt - 0.1712 \sin 3wt -$$

$$0.7580 \cos wt + 0.365 \cos 2wt + 0.201 \cos 3wt \quad (24)$$

که در آن

$$W = 360/365.2422 \quad (25)$$

و t زمان بر حسب روز از ابتدای اعتدال بهاره و یا آغاز سال شمسی است [۳].

در رابطه بورگس (۱۹۸۵) زمان اعتدال بهاری (n_o)، بر حسب روز نسبت به آغاز سال میلادی

از رابطه زیر بدست می آید:

$$n_o = 78.801 + 0.2422(\text{YEAR} - 1960) - \text{INT}(0.25(\text{YEAR} - 1969)) \quad (26)$$

که در آن نشانه INT بخش صحیح عبارت داخل پرانتز را بدست می دهد.

بر اساس روابط فوق و برای محاسبه زاویه میل در ظهر هر روز از سال به وقت جهانی (U T)

مقدار t عبارتست از:

$$t = n - 1.5 - n_o \quad (27)$$

و بدیهی است که برای محاسبه زاویه میل در ساعت 00 هر روز از سال t به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$t = n - 1 - n_0 \quad (28)$$

که در آن n شماره روز در سال میلادی است.

یاد آوری می‌شود که رابطه (۷) در گزارش بورگس (۱۹۸۵) درست نبوده و شکل صحیح آن بوسیله ما و در رابطه (۲۷) ارائه شده است. به نظر می‌رسد که به علت ابهام موجود در مقاله بورگس (۱۹۸۵) در محاسبه t که طبق بررسی اصلاحیه‌ای هم نداشته است، این رابطه علیرغم دقت زیاد آن کمتر مورد استفاده قرار گرفته است.

۱۱- هوپر^۱ (۱۹۸۶):

$$\mathcal{C} = 23.45 * \sin(d - 80.5) \quad (29)$$

$$d = (D - 1 + H/24) * 360/365 \quad (30)$$

که در آن H زمان به ساعت و دهم آن و به وقت گرینویچ (GMT) و D شماره روز در سال است [۹].

۱۲- پیسیمانیس (۱۹۸۷):

$$\mathcal{C} = 23.45 * \sin(360(288 + J)/365) \quad (31)$$

که در آن J شماره روز تقویم میلادی و برای اول ژانویه ۱ در نظر گرفته می‌شود [۱۶].

۱۳- میخالسکی (۱۹۸۸):

میخالسکی (۱۹۸۸) با اصلاحاتی جزئی در الگوریتم والراون (۱۹۷۸) و با استفاده از مجموعه روابط موجود (1986) The Astronomical Almanac روش‌هایی را به همراه یک برنامه کامپیوتری ارائه نمود که به الگوریتم آلماناک شناخته می‌شود [۱۱، ۱۲، ۱۳ و ۱۹]. در الگوریتم آلماناک عامل زمان عبارتست از اختلاف بین تاریخ جاری Julian که به Jd نشان داده می‌شود و عدد $2451545/0$ که تاریخ متناظر در ظهر اول ژانویه سال ۲۰۰۰ میلادی برحسب وقت جهانی (UT) است، که به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\Delta = \text{YEAR} - 1949 \quad (32)$$

$$\text{LEAP} = \text{INT}(\Delta/4) \quad (33)$$

$$Jd = 2432916.5 + \Delta * 365 + \text{LEAP} + \text{DAY} + \text{HOUR}/24 \quad (34)$$

$$n = Jd - 2451545.0 \quad (35)$$

$$L(\text{Mean long}) = 280.460 + 0.9856474 * n \quad 0 \leq L < 360^\circ \quad (36)$$

$$g(\text{Mean Anomaly}) = 357.528 + 0.9856003 * n \quad 0 \leq g < 360 \quad (37)$$

$$L(\text{Ecliptic Long}) = L + 1.915 \sin(g) + 0.020 \sin(2g) \quad 0 \leq L < 360^\circ \quad (38)$$

$$Ep(\text{Obliquity of the Ecliptic}) = 23.439 - 0.0000004 * n \quad (39)$$

$$\sin \delta = \sin(Ep) * \sin(L) \quad (40)$$

در روابط فوق DAY شماره روز در سال میلادی و HOUR ساعت بر حسب وقت جهانی (UT) می باشد.

نشانه‌ها و ملاک‌های آماری مورد استفاده

فاکس^۱ (۱۹۸۱) در مقاله جامعی یادآور شد که اصولاً دو نوع ملاک آماری برای ارزیابی مدل‌ها و روابط تقریبی به کار برده می شود [۶].

الف) ملاک‌های اختلاف^۲: این ملاکها برآوردی کمی از میزان اختلاف بین مقادیر واقعی (مشاهده شده) و مقادیر محاسباتی (پیش‌بینی شده) را به دست می دهند مانند RMSE و MBE [۲].

ب) ملاک‌های همبستگی^۳: این ملاکهای کمی، تعیین کننده میزان همراهی و توافق، بین مقادیر واقعی و مقادیر محاسباتی می باشند، مانند ضریب همبستگی خطی (R) و توان دوم آن (R²).

هرگاه نتایج حاصل از روابط مورد نظر به صورت بردار (X_i) و مقادیر واقعی روزانه زاویه میل در ساعت 00UT به صورت بردار (Y_i) نشان داده شوند، که در آن i=1,2,...,N و مقدار N برای سالهای عادی و کبیسه به ترتیب ۳۶۵ و ۳۶۶ در نظر گرفته می شود، با این تعاریف ۹ ملاک آماری به ترتیب زیر و به همان صورت که در جداول ۱ و ۲ ارایه شده‌اند، در این بررسی مورد استفاده قرار گرفته است.

(R)، ضریب همبستگی خطی دو گانه بین بردارهای (Y_i, X_i)

(SE)، خطای استاندارد تخمین

MAX (DIF)، قدر مطلق حداکثر خطای مطلق و تاریخ وقوع آن (DAY)

MAX(RE)، قدر مطلق حداکثر خطای نسبی و تاریخ وقوع آن (DAY)

1. Fox
2. Measures of Difference
3. Measures of Correlation

$$\text{MAX (RE)} = \text{MAX} \left| \frac{X_i - Y_i}{Y_i} \right| \quad (41)$$

(RMSMPE)، ریشه متوسط مربعات مجموع درصد خطا

$$\text{RMSMPE} = [(\sum 100 * \text{RE})^2 / N]^{0.5} \quad (42)$$

(MBE)، میانگین خطای مطلق^۱

$$\text{MBE} = [\sum (X_i - Y_i)] / N \quad (43)$$

(RMS(DIF))، ریشه متوسط مربعات خطای مطلق

$$\text{RMS (DIF)} = \{[\sum (X_i - Y_i)^2] / N\}^{0.5} \quad (44)$$

(MPE)، میانگین خطای نسبی^۲

$$\text{MPE} = \left[\sum \frac{Y_i - X_i}{Y_i} * 100 \right] / N \quad (45)$$

با وجود تنوع بسیار در روابط ارائه شده برای محاسبه زاویه میل خورشید و با توجه به بررسی‌های انجام شده، بطور کلی تجزیه و تحلیل جامعی در زمینه‌ی مقایسه‌ی دقت و تعیین خطای این روابط نسبت به مقادیر واقعی صورت نگرفته است. با توجه به مجموعه روابط ارائه شده برای محاسبه مختصات خورشید که در نشریه (Astronomical Almanac 1986, 1989) درج گردیده و دارای دقتی معادل ۰/۰۱ درجه می‌باشند، بررسی خطای سایر روابط تقریبی نسبت به مقادیر واقعی و استفاده از مناسب‌ترین رابطه در محاسبات نجومی و دیگر کاربردها قابل توجه می‌باشد [۲۲] و [۲۳].

میخالسکی (۱۹۸۸) به پیروی از والراون (۱۹۷۸) با استفاده از الگوریتم تقریبی آلماناک نتایج حاصل از محاسبه زاویه میل خورشید را در مقایسه با رابطه معروف اسپنسر (۱۹۷۱) و الگوریتم تقریبی نسبت به مقادیر واقعی نظیر سال ۱۹۸۶ مورد بررسی قرارداد [۱۲، ۱۳ و ۱۴]. علاوه بر آن نتایج بدست آمده از محاسبه زاویه میل خورشید به کمک دو رابطه کوپر (۱۹۶۹) و اسپنسر (۱۹۷۱) نیز در مقایسه با مقادیر نظیر از الگوریتم تقریبی آلماناک در دوره چهارساله (۱۹۸۸-۱۹۸۵) در گزارش وی مورد بررسی قرار گرفته است.

1. Mean Biased Error
2. Mean Percentage Error

از سوی دیگر در همان گزارش ضمن تاکید بر اینکه نتایج هر دو الگوریتم والراون و میخالسکی دقت ۰/۰۱ درجه را در محاسبه زاویه میل خورشید تأمین می‌نماید، چنین نتیجه‌گیری شده است که الگوریتم دوم به طور جزیی بهتر و به مقادیر واقعی سال ۱۹۸۶ نزدیکتر می‌باشد. براساس بررسیهای ما دقت هر دو الگوریتم فوق‌الذکر در محاسبه زاویه میل خورشید به ترتیب در حدود ۰/۰۰۵۲ درجه در چهارم مارس و ۰/۰۰۳۳ در دوم فوریه ۱۹۸۶ بوده است که به مراتب از ۰/۰۱ درجه کمتر است. قابل توجه است که به جز ارایه نمودارهایی که نتایج مقایسه را نشان می‌دهد، میخالسکی (۱۹۸۸) خطای روابط ذکر شده را مورد بررسی آماری قرار نداده است. مطرح نشدن رابطه دقیق بورگس (۱۹۸۵) نیز در گزارش وی شگفت‌انگیز می‌باشد.

تجزیه و تحلیل آماری

ضریب همبستگی خطی (R) و خطا استاندارد تخمین (SE)

در حالیکه فاکس (۱۹۸۱) بر استفاده از ملاکهای آماری R و R^2 و معادلات همبستگی تاکید می‌نماید، ویلموت^۱ (۱۹۸۲) خاطر نشان ساخت R و R^2 نارسا و اغلب ملاک‌هایی گمراه کننده در اندازه‌گیری دقت می‌باشند و به عنوان جایگزین آن‌ها شاخص توافق^۲ را که معمولاً با d نشان داده می‌شود معرفی نمود [۲۹ و ۳۰].

در این بررسی علاوه بر ملاکهای همبستگی، شاخص توافق نیز محاسبه گردید و چنانکه نشان داده خواهد شد علیرغم ادعای ویلموت (۱۹۸۲) مبنی بر عدم توافق بین ملاک‌های اختلاف و همبستگی، همراهی و توافق کامل، به طور برجسته‌ای بین R و d وجود دارد. برای نشان دادن نزدیکی نتایج حاصل از هر ۱۳ رابطه مورد بحث در این گزارش با مقادیر واقعی، ضریب همبستگی خطی دو گانه (R) بین متغیرهای محاسباتی (X_i) و مقادیر واقعی (Y_i) در طول هر سال مورد نظر به تفکیک محاسبه و نتایج آن در ستونهای چهارم جداول ۱ و ۲ نشان داده شده است. ضرایب معادله همبستگی $Y=A+BX$ و خطای استاندارد تخمین (SE) نیز به ترتیب در ستونهای پنجم و ششم و هشتم این جداول دیده می‌شوند.

مطابق بررسی، ضریب همبستگی تمامی روابط تقریبی نسبت به مقادیر واقعی هر پنج سال در سطح احتمال ۰.۹۹۹۹۹۹۹ ($\alpha=10^{-8}$) معنی‌دار بوده‌اند. رابطه میخالسکی (۱۹۸۸) در هر پنج سال مورد بررسی، دارای بالاترین ضریب همبستگی $R=0.99999999$ یعنی حدود ۱ که در جداول

1. Willmott
2. Index of Agreement

پیوست نشان داده شده است و کمترین خطای استاندارد تخمین می‌باشد، رابطه والراون (۱۹۷۸) نیز با مختصر اختلافی در ردیف دوم و رابطه بورگس (۱۹۸۵) نیز با اختلاف جزئی در ردیف سوم قرار دارند. قابل ذکر است که در الگوریتم آلماناک که مورد استفاده والراون و میخالسکی قرار گرفته است از سری فوریه که به طور وسیع در محاسبه زاویه میل خورشید به کار گرفته شده است، استفاده‌ای به عمل نیامده است، در مقابل از بین ۱۱ رابطه تقریبی دیگر که از روابط ساده سینوسی و یا سری فوریه استفاده نموده‌اند رابطه بورگس (۱۹۸۵) براساس نتایج مندرج در جداول ۱ و ۲ مناسبترین رابطه می‌باشد.

قدر مطلق حداکثر خطای مطلق (MAX (DIF)

براساس نتایج بدست آمده از جداول ۱ و ۲ قدر مطلق حداکثر خطای مطلق (MAX (DIF برای هریک از روابط تقریبی در روزهای مختلفی از سال که در جداول دیده می‌شوند اتفاق می‌افتد، در هیچ مورد وقوع این خطا در اعتدالین مشاهده نشده است. رابطه میخالسکی با توجه به این ملاک دارای کمترین خطا به ترتیب حدود ۸/۴، ۱۷/۷، ۱۱/۷، ۱۱/۸، ۸/۴ ثانیه در سالهای ۲۰۰۱، ۱۹۷۰، ۱۹۸۰، ۱۹۸۶ و ۱۹۸۹ بوده است و روابط والراون و بورگس براساس این ملاک نیز همانند ملاکهای SE و R به ترتیب در ردیفهای دوم و سوم قرار داشتند. روابط (84) WMO، اسپنسر در ردیفهای چهارم و ششم رتبه‌بندی شده‌اند. رابطه کوپر (۱۹۶۹) با خطایی معادل ۱/۳۴ درجه و پیسمانیس (۱۹۸۷) با خطایی معادل ۲/۸۸ درجه در سال ۱۹۸۰ دارای بیشترین خطا هستند [۱۶] و در ردیفهای دوازدهم و سیزدهم رتبه‌بندی شده‌اند.

قدر مطلق حداکثر خطای نسبی (MAX (RE)

راسموسن^۱ (۱۹۷۸) یادآور شد که از میان چند شیوه اندازه‌گیری خطا بین تابع $Y(x)$ و تخمین آن $X(x)$ و به فرض آنکه تابع در فاصله a و b صفر نشود، کاربرد قدر مطلق حداکثر خطای نسبی متداول است [۱۷].

براساس این ملاک و با توجه به نتایج حاصل که بخشی از آن در جداول ۱ و ۲ ارایه شده، موارد زیر قابل ذکر است:

1. Rasmussen

جدول ۱- محاسبه زاویه میل خورشید در ساعت 00UT یا روش های مختلف و مقایسه آن ها با مقادیر واقعی سال ۱۹۷۰

ROW	NAME	DATE	R	A	B	N	SE	MAX (DIF)	DAY	MAX (RE)	DAY	RMSMPE	MBE	RMS (DIF)	MPE	RMS (RE)
1	Cooper	1969	0.99983291	0.37865501	0.99224698	365	0.30063498	1.00043817	286	57.6305415	266	320.3915	-0.378536	0.50017937	-16.770058	3.05695861
2	Spencer	1971	0.99991532	-0.0180659	0.99985916	365	0.21402129	0.33330815	270	22.5819478	266	120.39745	0.0181239	0.2147998	6.30189045	1.18978323
3	Dogniaux	1975	0.99990583	0.04599649	0.99850715	365	0.22569693	0.40099377	129	10.5815838	266	52.229576	-0.045476	0.23154001	2.73382095	0.55711732
4	Briclambaut	1975	0.99982062	0.37852313	0.99940327	365	0.31150052	0.96749914	87	35.7949747	266	176.89946	-0.378514	0.49030787	-9.2593412	1.92089225
5	Walraven	1978	0.99999998	-0.0006214	0.99997008	365	0.00366011	0.070385	105	0.21467133	266	1.2205224	0.0006332	0.00374693	-0.0638851	0.01162468
6	Kreider	1981	0.99985749	0.37813076	0.99918722	365	0.27764904	0.84501321	87	44.0474568	266	221.46	-0.378118	0.46929854	-11.591746	2.33755785
7	Choudhury	1982	0.99995682	-0.0080286	0.99951545	365	0.15284293	0.23440459	273	15.7259291	266	82.539503	0.0082234	0.15327148	4.32031503	0.82820866
8	WMO	1983	0.9998882	-0.0179585	0.99985172	365	0.24592145	0.45600704	240	22.0921586	266	103.5021	0.0180196	0.24659281	5.41754741	1.16539414
9	WMO	1984	0.99990892	-0.0019503	0.99968464	365	0.22197116	0.30959309	267	21.0669392	266	112.08311	0.0020752	0.22204147	5.86669788	1.11277982
10	Bourges	1985	0.99999992	0.00609028	0.99973733	365	0.00668053	0.0231125	31	0.31032079	266	1.3768193	-0.005988	0.00995807	0.07206602	0.01641986
11	Hooper	1986	0.99961634	0.37859495	0.99203737	365	0.4555338	1.29756754	68	18.3952375	266	110.69153	-0.378473	0.60676625	-5.7938593	1.10112289
12	Phismanis	1987	0.9972226	0.37892	0.9896377	365	1.22490963	2.52362649	277	167.114153	266	899.3862	-0.378764	1.29358281	-47.076025	8.77627125
13	Michalsky	1988	0.99999999	-0.0007139	0.99998795	365	0.00206935	0.00491374	105	0.04814646	266	0.3019828	0.0007187	0.00219953	-0.0158065	0.00320745

جدول ۲- محاسبه زاویه میل خورشید در ساعت 00UT با روش های مختلف و مقایسه آن ها با مقادیر واقعی سال ۲۰۰۱

ROW	NAME	DATE	R	A	B	N	SE	MAX (DIF)	DAY	MAX (RE)	DAY	RMSMPE	MBE	RMS (DIF)	MPE	RMS (RE)
1	Cooper	1969	0.99976836	0.38035433	0.99246663	365	0.35407012	1.17967504	285	30.97476088	80	180.7834891	-0.38023893	0.53437648	-9.4626403	1.68487467
2	Spencer	1971	0.99998904	-0.016509	1.00021275	365	0.07702462	0.14263667	276	4.5287025	80	23.42431148	0.01642132	0.07883335	-1.2260845	0.24484902
3	Dogniaux	1975	0.9999229	0.04759578	0.99880369	365	0.20427737	0.39961734	315	5.28043484	80	24.21640611	-0.04717903	0.21057848	1.26754463	0.27818669
4	Brichambaut	1975	0.99986499	0.38022075	0.99972738	365	0.27031671	0.77956274	88	49.05218477	80	249.5583794	-0.38021657	0.46653605	-13.06248253	2.59207554
5	Walraven	1978	0.99999999	-0.0001454	1.0000629	365	0.00182506	0.00397118	235	0.16934895	80	1.02927179	0.00011264	0.00228107	0.0538981	0.00896777
6	Kreider	1981	0.99985719	0.37982895	0.9994666	365	0.27801402	0.84823593	272	41.25195858	80	208.7201868	-0.37982057	0.47077863	-10.92491389	2.19392277
7	Choudhury	1982	0.99999889	-0.0064554	0.99983729	365	0.02455117	0.05151069	30	1.1163617	80	5.22671959	0.00652084	0.02554308	0.27357901	0.06079282
8	WMO	1983	0.99996191	-0.0164016	1.00020531	365	0.1435881	0.27710828	238	6.02405218	80	45.73944836	0.01631702	0.14455168	-2.39405981	0.32097736
9	WMO	1984	0.99996678	-0.0003894	1.00004233	365	0.08458504	0.11764712	77	7.48459555	80	39.51580725	0.0003726	0.08458872	-2.06835188	0.39585626
10	Bourges	1985	0.99999989	0.00765934	1.00001923	365	0.00767806	0.02448506	37	0.08975302	80	0.17487116	-0.0076668	0.01085507	-0.00915317	0.00493428
11	Hooper	1986	0.99975739	0.38029112	0.99245508	365	0.3623347	1.1107421	68	67.76539567	80	375.5435745	-0.38017516	0.53987764	-19.656684909	3.56157573
12	Pitmanis	1987	0.99658355	0.38062798	0.98928033	365	1.35870426	2.71079106	276	71.96647572	80	370.3348618	-0.38046635	1.4221083	19.3842126	3.9409271
13	Michalsky	1988	1	0.00005793	1.00007983	365	0.00052481	0.00234003	207	0.02064643	80	0.02381116	-0.0000895	0.00141704	0.00124633	0.001266

- ۱- در سال ۱۹۷۰ قدر مطلق حداکثر خطای نسبی هر ۱۳ رابطه مورد بررسی در اعتدال بهاره (روز ۸۰ سال میلادی مطابق با ۲۱ مارس یا اول فروردین سال شمسی) رخ داده است.
- ۲- در سال ۱۹۸۰ قدر مطلق حداکثر خطای نسبی هر ۱۳ رابطه مورد بررسی، در اعتدال پاییزه (روز ۲۶۷ سال میلادی مطابق با ۲۳ سپتامبر یا اول مهرماه سال شمسی) اتفاق افتاده است.
- ۳- در سال ۱۹۸۶ به جز رابطه بورگس قدر مطلق (RE) MAX برای ۱۲ رابطه دیگر در اعتدال بهاره (روز ۸۰ سال میلادی) به وقوع پیوسته است و حداکثر این خطا برای رابطه بورگس طی این سال در اعتدال پاییزه (روز ۲۶۶ سال) دیده شده است.
- ۴- در سال ۱۹۸۹ به جز رابطه میخالسکی که دارای حداکثر (RE) MAX در اعتدال بهاره می‌باشد، حداکثر این خطا برای سایر روابط در اعتدال پاییزه اتفاق افتاده است.
- ۵- در سال ۲۰۰۱ قدر مطلق حداکثر خطای نسبی هر ۱۳ رابطه مورد بررسی در اعتدال پاییزه (روز ۲۶۶ سال میلادی) رخ داده است.
- ۶- رابطه میخالسکی دارای کمترین خطای نسبی در هر پنج سال است و پس از آن روابط بورگس و والراون قراردادارند. روابط (84) WMO، اسپنسر در ردیف‌های میانی جدول رتبه‌بندی می‌شوند و به طور میانگین نیز روابط کوپر و پیسیمانیس دارای بیشترین (RE) MAX بوده و نامناسب‌ترین رابطه شناخته شده‌اند.

ریشه دوم میانگین مربعات خطا، میانگین خطای مطلق (MBE) و میانگین خطای نسبی (MPE)

به جز ملاک ریشه متوسط مربعات مجموع در صد خطا (RMSMPE) که از سوی تاباتا^۱ (۱۹۷۳) مطرح شده است [۲۱]، ملاکهای میانگین خطای مطلق (MBE)، ریشه دوم میانگین مربعات خطای مطلق ((RMS (DIF)) میانگین درصد خطای نسبی (MPE) و ریشه دوم میانگین مربعات خطای نسبی ((RMS (RE)) سالهای ۱۹۷۰ و ۲۰۰۱ که در ۵ ستون آخر جداول ۱ و ۲ نشان داده شده‌اند، غالباً به منظور مقایسه و ارزیابی روابط تقریبی مورد استفاده و تعبیر و تفسیر قرار می‌گیرند [۲].

1. Tabata

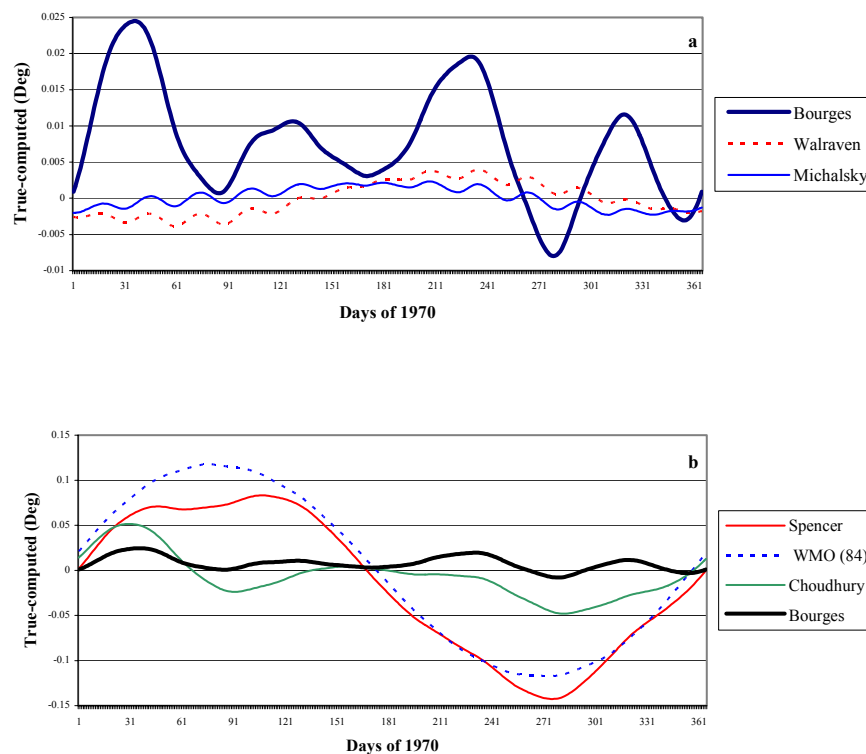
بحث و نتیجه گیری

مقادیر واقعی روزانه زاویه میل خورشید در ساعت 00UT و در پنج سال انتخابی از جداول (The Astronomical Almanac (1986,1989,2001), The Astronomical Ephemeris (1970, 1980) که تا دهم ثانیه گزارش می‌گردد، استخراج و مبنای مقایسه با نتایج حاصل از هر ۱۳ رابطه تقریبی قرار گرفته است. نتایج رقومی حاصل از محاسبه ۹ ملاک آماری اولیه برای هر ۱۳ رابطه تقریبی نسبت به مقادیر واقعی در سالهای ۱۹۷۰، ۱۹۸۰، ۱۹۸۶، ۱۹۸۹ و ۲۰۰۱ مورد بحث قرار می‌گیرد. به عنوان نمونه نتایج سالهای ۱۹۷۰ و ۲۰۰۱ در جداول ۱ و ۲ آورده شده است. تمام محاسبات با دقت مضاعف انجام شده و در روابطی که طول متوسط سال در آن به کار برده می‌شود این متغیر ۳۶۵/۲۴۲۱۹۱ منظور شده است. به طور کلی روابط میخالسکی و والراون و بورگس براساس این ملاکها در ردیف‌های اول تا سوم قرار می‌گیرند. هر دو رابطه میخالسکی و والراون در سالهای ۱۹۸۰ و ۲۰۰۱ کمتر و در سالهای ۱۹۸۶ و ۱۹۸۹ بیشتر از مقدار واقعی برآورد می‌نمایند. در سال ۱۹۷۰ رابطه اول کمتر و رابطه دوم بیشتر از مقدار واقعی برآورد می‌کند. به طور میانگین طی این پنج سال انتخابی در سال ۱۹۸۶ مقادیر برآورد شده کمترین اختلاف را با مقادیر واقعی داشته‌اند. با توجه به علامت (MBE) دیده می‌شود که در هر پنج سال انتخابی روابط کوپر، بریچامبات، دگنیاکس، کریدر، بورگس، هوپر و پیسمانیس مقادیر زاویه میل را کمتر از واقع برآورد می‌نمایند، در مقابل در همان سالها روابط اسپنسر، چودهوری، WMO (83)، WMO (84) دارای برآورد زیاد هستند [۲، ۴، ۳۱ و ۳۲].

نمایش انواع نمودارها مانند نمودارهای خطای مطلق و یا بافت نگارها در مقایسه با توابع توزیع تجمعی نظیر و نمودارهای پراکنش میدان همبستگی به منظور بررسی دقت روابط تقریبی و آشکار سازی خطای آنها مورد تاکید فاکس (۱۹۸۱)، ویلموت (۱۹۸۲) و میخالسکی (۱۹۸۹) قرار گرفته است.

در اینجا خطای مطلق ($d_i = Y_i - X_i$) که عبارت است از اختلاف مقادیر واقعی زاویه میل با مقادیر نظیر از سه رابطه بورگس، میخالسکی و والراون بر حسب تابعی از روز در سال ۱۹۷۰ در شکل ۱-a ارایه شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود روابط میخالسکی، والراون دارای روندی نسبتاً مشابه با یکدیگر بوده و از رابطه بورگس دقیقتر و به مقادیر واقعی بسیار نزدیکتر هستند. رابطه اخیر غالباً و بطور برجسته دارای برآورد کمتر از واقع می‌باشد. به منظور سهولت در امر مقایسه نمودارها و نظر به خطای نسبتاً زیاد سایر روابط مورد بررسی نسبت به دو رابطه میخالسکی، والراون از نمایش آنها در یک شکل صرف نظر شده است، در مقابل و در شکل

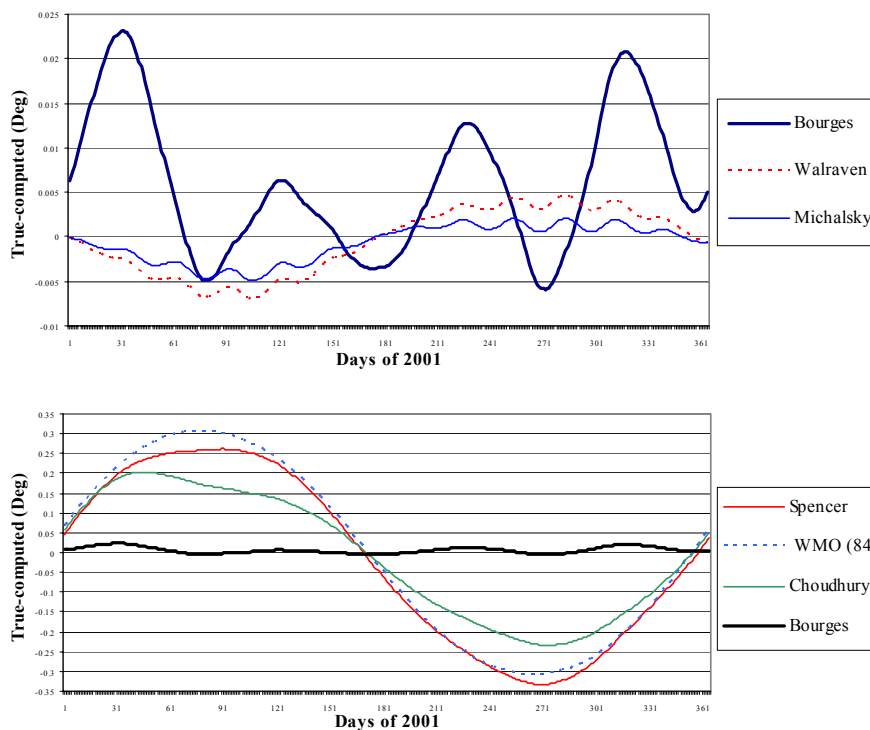
۱-b خطای مطلق سه رابطه چودهوری، WMO(84) و اسپنسر به ترتیب در همان سال در ردیف‌های چهارم تا ششم رتبه‌بندی می‌شوند [۴، ۳۱ و ۱۹] و همراه با رابطه بورگس و مقادیر واقعی مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. تکرار نمودار مربوط به رابطه بورگس در شکل‌های ۱-a و ۱-b امکان مقایسه سریع روابط فوق‌الذکر را با یکدیگر فراهم می‌نماید و چنانکه از شکل ۱-b ملاحظه می‌شود روند تغییرات سه رابطه پیش‌گفته تقریباً مشابه با یکدیگر و متفاوت از رابطه بورگس است. نمودارهای نظیر برای سال ۲۰۰۱ در شکل ۲ ارایه شده است.



شکل ۱- مقایسه مقادیر واقعی و محاسباتی زاویه میل خورشید با چند فرمول معروف برای سال ۱۹۷۰

در هر ۵ سال روابط چودهوری، WMO (84) و اسپنسر به تناوب رتبه‌های چهار تا شش را داشته‌اند. خطای مطلق چودهوری طی ۴ سال از ۵ سال مورد مطالعه دارای رتبه چهارم بوده است.

نکته قابل توجه این است که به علت عدم ثبت زاویه میل در روز ۱۴ فوریه ۱۹۸۶ (روز ۴۴ ام سال) در نسخ اصلی نشریه آلماناک سال ۱۹۸۶، مقدار زاویه میل با توجه به روزهای ما قبل و مابعد آن میانگین گیری شده است.



شکل ۲- مقایسه مقادیر واقعی و محاسباتی زاویه میل خورشید با چند فرمول معروف برای سال ۲۰۰۱

منابع

1. Archer, C.B., 1980, Comments on Calculating the Position of the Sun, Solar Energy, 25 (1), 91.
2. Badescu, V., 1988, Comment on Statistical Indicators Used to Evaluate the Accuracy of Solar Radiation Computing Models, Solar Energy, 40(5), 479-480.
3. Bourges, B., 1985, Improvement in Solar Declination Computation, Solar Energy, 35(4), 367-369.

4. Choudhury, B., 1982, A Parameterized Model for Global Insulation under Partially Cloudy Skies, *Solar Energy*, 29(6), 479-486.
5. Cooper, P., I., 1969, The Absorption of Solar Radiation in Solar Still, *Solar Energy*, 12(3), 333-346.
6. Fox, D., G., 1981, Judging Air Quality Model Performance, Summary of the AMS Workshop on Dispersion Model Performance, *Bull. Am. Met. Soc.*, 62, 599-609.
7. Goldberg, B. and W., H., Klein, 1980, A Model for Determining the Spectral Quality of Daylight on Horizontal Surface at any Geographical Location, *Solar Energy*, 24(4), 351-357.
8. Guzzi, R. and C., G., Justus, 1988, *Physical Climatology and Wind Energy*, World Scientific Publishing Co.
9. Hooper, A., H., 1986, Algorithm for Automatic Aero Logical Soundings, WMO.TD-No. 175, Instruments and Observation Methods, Report No. 21.
10. Klein, S., A., 1977, Calculation of Monthly Average Insulations on Tilted Surfaces, *Solar Energy*, 19(4), 325-329.
11. Lockwood, J., G., 1985, *World Climatic System*, Edward Arnold Co., pp 110.
12. Michalsky, J., J., 1988, The Astronomical Almanac's Algorithm for Approximate Solar Radiation (1950-2050), *Solar Energy*, 40(3), 227-235.
13. Michalsky, J., J., 1988, Errata, The Astronomical Almanac's Algorithm for Approximate Solar Radiation (1950-2050), *Solar Energy*, 41(1), 113.
14. Michalsky, J. J., 1989, Errata, The astronomical almanac's algorithm for approximate solar radiation (1950-2050), *Solar Energy*, 43(5), 323.
15. Onyango, F., N., 1983, On the Estimation of Global Solar Insulation, *Solar Energy*, 31(1), 70.
16. Pisimanis, D. and V., Notarido, 1987, Estimating Direct and Gglobal Solar Radiation on an Inclined Plane in Greece, *Solar Energy*, 39(3), 159-172.
17. Rasmussen, L., A., 1978, On the Approximation of Saturation Vapor Pressure, *J. App. Meteorology*, 17, 1564-1565.
18. Reda, I. and A., Andreas, 2004, Solar Position Algorithm for Solar Radiation Applications, *Solar Energy*, 76, 577-589.
19. Spencer, J., W., 1971, Fourier Series Representation of the Position of the Sun, *Search*, 2, 172.
20. Spencer, J., W., 1989, Comments on the Astronomical Almanac's Algorithm for Approximate Solar Position, (1950-2050), *Solar Energy*, 42(4), 353.
21. Tabata, S., 1973, A Simple but Accurate Formula for the Saturation Vapor over Liquid Water, *J. App. Meteorology*, 12, 1410-1411.

22. The Astronomical Almanac, for the year 1986, US, Government Printing Office, Washington, DC (1985).
23. The Astronomical Almanac, for the year 1989, US, Government Printing Office, Washington, DC (1988).
24. The Astronomical Almanac, for the year 2001, US, Government Printing Office, Washington, DC (2000).
25. The Astronomical Ephemeris, for the year 1970, London, Her Majesty's Stationery Office.
26. The Astronomical Ephemeris, for the year 1980, London, Her Majesty's Stationery Office.
27. Walraven, R., 1978, Calculating the Position of the Sun, Solar Energy, 20(5), 393-397.
28. Walraven, R., 1979, Erratum on Calculating the Position of the Sun, Solar Energy, 22(2), 195.
29. Willmott, C., J., 1982, Some Comments on the Evaluation of Model Performance, Bull. Am. Met. Soc., 63, 1309-1313.
30. Willmott, C., J., et al, 1985, Statistics for the Evaluation and Comparison of Models, J. Geophys. Res., 90(C5), 8999-9005.
31. WMO No. 8, 1983, Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation, 5th Edition.
32. WMO/TD No. 8, 184, Weather Radars for Monitoring Tropical Cyclones, Report No. TCP-17.
33. Yallop, B. D., 1992, A Simple Algorithm to Calculate Times of Sunrise and Sunset, Technical Note No. 70, Royal Greenwich Observatory, Cambridge.