


## A Novel Histogram Equalization Method for Enhancing the Quality of Black-and-White Meteorological Images Maintaining Brightness

Allahbakhshy, N.<sup>1</sup> | Karimi, M.B.<sup>2</sup> | Salami, Y.<sup>3</sup> 

1. Graduate of Master's degree in Department of Computer and Information Technology Engineering, Khoy Branch, Islamic Azad University, Khoy, Iran.
2. Assistant Professor of Department of Computer and Information Technology Engineering, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.
3. Department of Computer and Information Technology Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran.

**Corresponding Author E-mail:** [yashar.salami@gmail.com](mailto:yashar.salami@gmail.com)

*(Received: 29 Jun 2024, Revised: 19 Sep 2024, Accepted: 01 Oct 2024, Published online: 01 Oct 2024)*

### Abstract

Increasing contrast is one of the vital issues in meteorological image processing, which is crucial for improving image quality and weather condition detection. One of the most common methods for enhancing contrast in digital images is histogram equalization. This method is simple and effective, but it often leads to illogical contrast enhancement and displaying images in an unnatural and poor manner. Furthermore, the average brightness of the images is not properly preserved. In this article, a new method for balancing images while maintaining brightness is introduced. This method modifies the histogram of the original image using fuzzy logic and controls the balancing rate by applying a thresholding process. Initially, the average intensity of gray levels is found, and the histogram is divided into two parts. Then, by finding the average of the two sub-histograms, the histogram is divided into four parts. For dynamic equalization, a new range is defined, and each of the sub-histograms is balanced individually. Finally, a normalization process is applied to the output image to preserve the average brightness. Simulation results show that this new method has significantly improved the quality of black and white meteorological images while maintaining brightness.

**Keywords:** Fuzzy, Histogram, Meteorology, Quality

**Cite this article:** Allahbakhshy, N., Karimi, M. B., & Salami, Y. (2024). A Novel Histogram Equalization Method for Enhancing the Quality of Black-and-White Meteorological Images Maintaining Brightness. *Journal of the Nivar*, 48(126-127), 83-96. DOI: <https://doi.org/10.30467/nivar.2024.465389.1297>

**E-mail:** (1) [n.allahbakhshy@gmail.com](mailto:n.allahbakhshy@gmail.com) (2) [mba.karimi@gmail.com](mailto:mba.karimi@gmail.com)



## ارائه یک روش نوین متعادل سازی هیستوگرام برای بهبود کیفیت تصاویر هواشناسی سیاه و سفید با حفظ روشنایی

نوشین اله‌بخشی<sup>۱</sup> | محمد باقر کریمی<sup>۲</sup> | یاشار سلامی<sup>۳</sup> ✉

۱. دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، واحد خوی، دانشگاه آزاد اسلامی، خوی، ایران.
۲. استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران.
۳. گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران.

رایانامه نویسنده مسئول: [yashar.salami@gmail.com](mailto:yashar.salami@gmail.com)

(دریافت: ۱۴۰۳/۰۴/۰۹، بازنگری: ۱۴۰۳/۰۶/۲۹، پذیرش: ۱۴۰۳/۰۷/۱۰، انتشار آنلاین: ۱۴۰۳/۰۷/۱۰)

### چکیده

افزایش کنتراست یکی از مسائل حیاتی در پردازش تصاویر هواشناسی است که به منظور بهبود کیفیت تصاویر و تشخیص وضعیت آب و هوا بسیار حائز اهمیت است. یکی از روش‌های پرکاربرد برای بهبود کنتراست در تصاویر دیجیتال، متعادل سازی هیستوگرام می‌باشد. این روش ساده و مؤثر است، اما معمولاً منجر به افزایش غیرمنطقی کنتراست و نمایش تصاویر به شکل غیرطبیعی و ضعیف می‌شود. همچنین، متوسط روشنایی تصاویر نیز به درستی حفظ نمی‌شود. در این مقاله، یک روش جدید برای متعادل سازی تصاویر با حفظ روشنایی معرفی شده است. این روش با استفاده از منطق فازی، هیستوگرام تصویر اصلی را تغییر می‌دهد و با اعمال یک فرآیند قطع، نرخ متعادل سازی را کنترل می‌کند. در ابتدا، میانگین شدت سطوح خاکستری را پیدا کرده و هیستوگرام را به دو بخش تقسیم می‌کنیم. سپس با پیدا کردن میانگین دو زیر هیستوگرام، هیستوگرام را به چهار بخش تقسیم می‌کنیم. برای متعادل سازی پویا، یک محدوده جدید تعریف و هر کدام از زیر هیستوگرام‌ها به تنهایی متعادل می‌شوند. در پایان، با هدف حفظ میانگین روشنایی، یک فرآیند نرمال سازی روی تصویر خروجی اعمال می‌شود. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که عملکرد این روش جدید بهبود چشمگیری در کیفیت تصاویر سیاه و سفید هواشناسی با حفظ روشنایی داشته است.

کلیدواژه‌ها: فازی، هیستوگرام، هواشناسی، کیفیت

### ۱. مقدمه

خودروهای هوشمند و افزایش اهمیت امنیت، پردازش تصویر به طور فزاینده‌ای در زمینه‌های متنوعی نقش ایفا می‌کند. در اینترنت اشیا، پردازش تصویر برای نظارت و تحلیل داده‌های تصویری از سنسورهای مختلف به منظور بهبود تصمیم‌گیری و پیش‌بینی وضعیت‌ها به کار می‌رود. در بلاک چین، این تکنیک به تقویت امنیت و اعتبار داده‌ها از طریق شناسایی و تایید اصالت تصاویر کمک می‌کند. در خودروهای هوشمند،

در دهه ۶۰، سفینه فضایی رنجر ۷ تحت مالکیت ناسا، تصاویر تلویزیونی نامشخصی از سطح ماه به زمین ارسال کرد، این رویداد ابتدایی برای ارتباط جهانی انسان با فضا بود. با توجه به نیاز به استخراج جزئیات تصویر و یافتن محلی برای فرود سفینه آپولو، حوزه پردازش تصاویر دیجیتال به وجود آمد و سرعت استفاده از این تکنولوژی رو به افزایش بود. امروزه، با پیشرفت تکنولوژی‌های مختلف مانند اینترنت اشیا، بلاک چین،

استناد: اله‌بخشی، نوشین، کریمی، محمد باقر، و سلامی، یاشار. (۱۴۰۳). ارائه یک روش نوین متعادل سازی هیستوگرام برای بهبود کیفیت تصاویر هواشناسی سیاه و سفید با

حفظ روشنایی. مجله نیوار، ۴۸ (۱۲۶-۱۲۷)، ۸۳-۹۶. DOI: <https://doi.org/10.30467/nivar.2024.465389.1297>

رایانامه: (۱) [n.allahbakhshy@gmail.com](mailto:n.allahbakhshy@gmail.com) (۲) [mba.karimi@gmail.com](mailto:mba.karimi@gmail.com)



متعادل‌سازی هیستوگرام یک تکنیک مؤثر برای افزایش کنتراست تصاویر است که با تنظیم توزیع شدت‌های پیکسل‌ها در تصویر به توزیع مطلوب، کنتراست تصویر را بهبود می‌بخشد. این روش بر اساس این اصل عمل می‌کند که مقادیر شدت تصویر ورودی را از طریق یک تابع تبدیل به مقادیر شدت جدید مطابق با تابع چگالی تجمعی (CDF<sup>۳</sup>) تبدیل می‌کند. این عمل باعث پهن شدن و تسطیح دامنه هیستوگرام می‌شود و در نتیجه، کنتراست کلی تصویر افزایش می‌یابد. ابتدا، متعادل‌سازی هیستوگرام، هیستوگرام اصلی را به یک هیستوگرام مسطح و یکدست تبدیل می‌کند، با استفاده از مقدار میانگینی که متوسط دامنه سطوح خاکستری است. بر این اساس، میانگین روشنایی تصویر خروجی همواره در وسط میانگین تصویر ورودی قرار دارد. برای تصاویر با مقادیر روشنایی کم یا زیاد، این تغییر مهم در چشم‌انداز تصویر برای افزایش کنتراست ایجاد می‌شود. سپس در مرحله دوم، متعادل‌سازی هیستوگرام عمل بهبود را بر اساس محتوای کلی تصویر انجام می‌دهد (زو و هانگ<sup>۴</sup>، ۲۰۱۲).

#### ۱-۱. طرح مسئله

امروزه، با پیشرفت فناوری، تصاویر به ابزاری قدرتمند در سیستم‌های هواشناسی تبدیل شده‌اند که برای تشخیص وضعیت آب و هوا از آن‌ها استفاده می‌شود. بنابراین، دستیابی به بهترین کیفیت و وضوح برای مشاهده جزئیات تصویر امری ضروری و حیاتی است. در این زمینه، پردازش تصویر به عنوان یکی از ابزارهای مؤثر برای بهبود کیفیت تصاویر اهمیت زیادی پیدا کرده است. افزایش کنتراست و مشاهده بهتر جزئیات تصاویر از جمله اهداف اصلی پردازش تصویر است که با استفاده از روش‌هایی مانند متعادل‌سازی هیستوگرام، می‌توان به آن‌ها دست یافت. در این راستا، مقاله حاضر یک روش جدید برای متعادل‌سازی تصاویر ارائه کرده است که به نمایش دادن جزئیات بیشتری از تصاویر ماهواره‌ای کمک می‌کند و کنتراست تصویر را بهبود می‌بخشد. این روش نه تنها

پردازش تصویر برای شناسایی و تحلیل محیط اطراف، تشخیص اشیاء و پیاده‌سازی سیستم‌های رانندگی خودکار به کار می‌رود. همچنین، در زمینه امنیت، پردازش تصویر نقش کلیدی در شناسایی تهدیدات و نظارت بر فعالیت‌های مشکوک ایفا می‌کند. به این ترتیب، پردازش تصویر به عنوان یک ابزار قدرتمند در بهبود امنیت و کارایی در این فناوری‌ها و کاربردهای مدرن شناخته می‌شود. تصاویر حاصل از این اطلاعات معمولاً دارای نویز هستند و در برخی موارد با مشکلات مانند محو شدگی مواجه می‌شوند که باعث کاهش وضوح و کیفیت تصویر می‌شود. به طور کلی، تلاش برای حذف نویز و اختلالات تصویری مانند پارامترهای نوری نامناسب و عدم تناسب ترکیب رنگ‌ها، از موضوعات بسیار مهم در کار با تصاویر و پردازش آنها است. در واقع، به همه عملیات و روش‌هایی که برای کاهش عیوب و افزایش کیفیت تصویر استفاده می‌شود، پردازش تصویر گفته می‌شود (گزنالس<sup>۱</sup>، ۲۰۰۹).

از سال ۱۹۶۴ تا کنون، حوزه پردازش تصویر به طرز چشمگیری رشد کرده است. علاوه بر برنامه‌های تحقیقاتی فضایی، در موارد متعددی از پردازش تصویر استفاده می‌شود. پردازش تصویر در زمینه‌هایی مانند تشخیص گفتار، تشخیص دست‌نوشته، باستان‌شناسی، نجوم، زیست‌شناسی، پزشکی (از جمله پزشکی هسته‌ای)، و همچنین در صنایع مختلفی مانند هوافضا، بسته‌بندی و چاپ، خودروسازی، داروسازی و به‌ویژه در بهبود کیفیت تصاویر هواشناسی کاربردهای گسترده‌ای دارد. یکی از شیوه‌های پردازش تصویر، بهبود تصویر یا افزایش کنتراست تصویر می‌باشد. بهبود تصویر فرآیندی است که شامل تغییر شدت پیکسل‌های تصویر ورودی می‌شود، به نحوی که تصویر خروجی بهتر به نظر برسد. هدف اصلی بهبود تصویر، درک اطلاعات موجود در تصویر برای بیننده انسانی یا ارائه یک ورودی بهتر برای سیستم‌های اتوماتیک پردازش تصویر می‌باشد (قابوسیان و الله بخشی<sup>۲</sup>، ۲۰۱۵).

<sup>۳</sup> - Cumulative Distribution Function

<sup>۴</sup> - Zhu & Huang

<sup>۱</sup> - Gonzalez

<sup>۲</sup> - Ghabousian & Allahbakhshi

یکنواخت سازی هیستوگرام زیر تصویر دوگانه (DSIHE) نامیده می‌شود (وانگ و همکاران<sup>۷</sup>، ۱۹۹۹). به منظور بهینه کردن حفظ متوسط روشنایی تصویر ورودی یک نسخه پیشرفته از BBHE که متعادل سازی دو هیستوگرام با حداقل خطای متوسط روشنایی (MMBEBHE) نامیده می‌شود (چن و رملی<sup>۸</sup>، ۲۰۰۳b). نسخه دیگری از BBHE، متعادل سازی هیستوگرام متوسط - مجزای بازگشتی (RMSHE) است (چن و رملی، ۲۰۰۳a). یک روش بازگشتی مشابه بر اساس میانه تقسیم بندی هیستوگرام ورودی است که متعادل سازی هیستوگرام زیر تصویر بازگشتی (RSIHE) نامیده می‌شود (سیم و همکاران<sup>۹</sup>، ۲۰۰۷).

برای DPHE تنها چند روش وجود دارد: یک روش متعادل سازی پویای هیستوگرام (DHE) است (عبدالله الودود و همکاران<sup>۱۰</sup>، ۲۰۰۷). روش دیگر متعادل سازی پویای هیستوگرام با حفظ روشنایی (BPDHE) است (ابراهیم و کونگ<sup>۱۱</sup>، ۲۰۰۷). برای بهبود تصویر در محیط‌های کم نور روشی بنام متعادل سازی پویای ربع هیستوگرام (QDHE) ارائه داده شده است (اوی و آیس<sup>۱۲</sup>، ۲۰۱۰). روش دیگر استفاده از خوشه بندی در متعادل سازی است که متعادل سازی هیستوگرام خوشه های وزن دار با حفظ روشنایی می‌باشد (BPWCHE) (سنگی و چوی، ۲۰۰۸). یک روش دیگر روش متعادل سازی زیر هیستوگرام با میانگین جداگانه وزنی (WMSHE) است که کنتراست تصاویر دیجیتال را به طور مؤثری افزایش می‌دهد (وو و همکاران<sup>۱۳</sup>، ۲۰۱۰). روش دیگری نیز از سال ۲۰۱۰ برای متعادل سازی هیستوگرام ارائه شد که روش‌های فازی هستند. روش‌هایی مانند متعادل سازی پویای هیستوگرام فازی با حفظ روشنایی (BPDFHE) (شیت و همکاران<sup>۱۴</sup>، ۲۰۱۰) و متعادل سازی پویای فازی هیستوگرام با حفظ روشنایی (BPDFHE) است (صراف زاده و

بهبودی در کیفیت تصاویر ایجاد می‌کند، بلکه به دقت و صحت تحلیل‌های هواشناسی نیز کمک می‌کند و امکان تشخیص وضعیت آب و هوا را بهبود می‌بخشد. به طور کلی، پیشرفت‌های در حوزه پردازش تصویر به بهبود کارایی و دقت سیستم‌های هواشناسی کمک زیادی می‌کند و از اهمیت بسزایی برخوردار است.

## ۲-۱. سازمان مقاله

مقاله به شرح زیر ساختاردهی شده است: در بخش دوم، به بررسی کارهای گذشته پرداخته شده است. سپس در بخش سوم، روش پیشنهادی توصیف شده و در بخش چهارم، نتایج شبیه‌سازی این روش ارائه شده است. در نهایت، در بخش پایانی، نتیجه‌گیری ارائه شده است.

## ۳-۱. کارهای گذشته

در این بخش، به بررسی و ارزیابی کارهای پژوهشی انجام شده در زمینه مورد مطالعه می‌پردازیم.

چندین روش برای HE<sup>۱</sup> با حفظ روشنایی پیشنهاد شده است. بطور کلی این روش‌ها در دو دسته تقسیم بندی می‌شوند: متعادل سازی هیستوگرام جزء بندی شده (PHE)<sup>۲</sup> و متعادل سازی هیستوگرام جزء بندی پویا<sup>۳</sup> (DPHE). هر دو PHE و DPHE از اطلاعات آماری برای جداسازی هیستوگرام اصلی به چندین زیر هیستوگرام، استفاده می‌کنند (سنگی و چوی<sup>۴</sup>، ۲۰۰۸). تفاوت بین این دو این است که در DPHE یک دامنه پویای جدید به جای استفاده از دامنه پویای اصلی، اختصاص داده می‌شود.

روش‌های مبتنی بر PHE عبارت‌اند از: متعادل سازی دو هیستوگرام با حفظ متوسط روشنایی (BBHE) (کیم<sup>۵</sup>، ۱۹۹۷). روش بهبود کنتراست با استفاده از متعادل سازی هیستوگرام چند قله با حفظ روشنایی (MPHEBP) (ونگ استریونگ و همکاران<sup>۶</sup>، ۱۹۹۸). یک روش دیگر یکنواخت سازی دو هیستوگرام که

<sup>8</sup> Chen and Ramli

<sup>9</sup> Sim et al

<sup>10</sup> Abdullah-Al-Wadud et al

<sup>11</sup> Ibrahim & Kong

<sup>12</sup> Ooi and Isa

<sup>13</sup> Wu et al

<sup>14</sup> Sheet et al

<sup>1</sup> Histogram Equalization

<sup>2</sup> Partitioned Histogram Equalization

<sup>3</sup> Dynamic Partitioned Histogram Equalization

<sup>4</sup> Senge and Choi

<sup>5</sup> Kim

<sup>6</sup> Wongsritong et al

<sup>7</sup> Wang et al

متعادل سازی هیستوگرام بر روی تصویر فیلتر شده توسط عملگرهای گرادیان انجام می‌شود (گریگوریان و آگاین<sup>۸</sup>، ۲۰۱۹). در سال ۲۰۲۰ روشی تحت عنوان متعادل سازی هیستوگرام دو مرحله ای جهانی برای تصاویر سطح خاکستری (GTSHE) ارائه شد که برای بهبود تصاویر در سطح خاکستری پیشنهاد شده است (المتیری<sup>۹</sup>، ۲۰۲۰). در سال ۲۰۲۱ یک روش دیگر تحت عنوان متعادل سازی هیستوگرام تصویر فرعی مبتنی بر میانگین نوردهی بهینه شده جستجوی مستقیم برای بهبود تصویر در مقیاس خاکستری پیشنهاد داده شد که در آن هر زیر هیستوگرام به طور مستقل با یک تابع انتقال اصلاح شده نگاشت می‌شود (آچاریا و کومار<sup>۱۰</sup>، ۲۰۲۱). مقاله دیگری در سال ۲۰۲۲ با نام بهبود تصاویر طبیعی با تساوی هیستوگرام بریده شده بر اساس میانگین میانه، ارائه شد که با استفاده از میانه و نمودار انرژی، تصاویر را بهبود می‌دهد (سریکنز و همکاران<sup>۱۱</sup>، ۲۰۲۲). در سال ۲۰۲۳ مقاله‌ای تحت عنوان الگوریتم دو گانه متعادل سازی هیستوگرام بر اساس تصحیح تصویر تطبیقی (AICHE) پیشنهاد داده شد تا از متعادل سازی بیش از حد تصویر و مشکلات ادغام سطح خاکستری که با الگوریتم سنتی ایجاد می‌شود، جلوگیری کند (بی و همکاران<sup>۱۲</sup>، ۲۰۲۳). در یکی از جدیدترین مقالات در سال ۲۰۲۴ مقاله‌ای با نام یک تکنیک متعادل سازی هیستوگرام جدید برای افزایش کنتراست تصاویر خاکستری با استفاده از الگوریتم تکامل دیفرانسیل عنوان شده است، این روش بر اساس الگوریتم تکامل تفاضلی (DE) است که راه‌حل‌های کاندید، متعددی را تولید می‌کند (ریورا آگویلار و همکاران<sup>۱۳</sup>، ۲۰۲۴).

با این حال، روش‌های مورد بررسی هیچ‌کدام بصورت بهینه کیفیت تصاویر سیاه و سفید هواشناسی از طریق روش متعادل سازی را پوشش ندادند.

همکاران<sup>۱</sup>، ۲۰۱۳). در سال ۲۰۱۲ روشی بیان شد که ترکیبی از تکنیک HE معمولی و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) را برای بهبود تصویر تحریف شده به طور طبیعی معرفی می‌کند (مسرا و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲). در سال ۲۰۱۳ مقاله ای ارائه شد که گسترش جدیدی از متعادل سازی دو هیستوگرام به نام متعادل سازی دو هیستوگرام محدود محدود (RLBHE) را پیشنهاد می‌کند (زو و همکاران<sup>۳</sup>، ۲۰۱۳). در سال ۲۰۱۴ در مقاله ای تحت عنوان بهبود تصویر با استفاده از متعادل سازی هیستوگرام زیر تصویر مبتنی بر نوردهی، این مقاله یک روش جدید متعادل سازی هیستوگرام تصویر زیر تصویر مبتنی بر نوردهی (ESIHE) را برای افزایش کنتراست برای تصویر در مقیاس خاکستری با نوردهی کم ارائه می‌کند که آستانه نوردهی برای تقسیم تصویر اصلی به تصاویر فرعی با سطوح شدت مختلف محاسبه می‌شود (سینگ و کاپور<sup>۴</sup>، ۲۰۱۴). در سال ۲۰۱۵ روشی تحت عنوان متعادل سازی هیستوگرام دینامیکی وزنی مبتنی بر نوردهی برای افزایش کنتراست تصویر (EWDHE) ارائه شد که یک ضریب مقیاس وزنی جدید برای تغییر اندازه زیر هیستوگرام‌ها پیشنهاد داده است که محدوده زیر هیستوگرام و تعداد پیکسل‌های فردی این محدوده را به حساب می‌کند (چن و چن<sup>۵</sup>، ۲۰۱۵). در سال ۲۰۱۶ یک تکنیک جدید به نام متعادل سازی هیستوگرام اصلاح شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک کدگذاری شده واقعی (MHERCGA) با هدف رفع اشکال افزایش کنتراست بیش از حد ارائه شده (بابو و راجامانی<sup>۶</sup>، ۲۰۱۵). در سال ۲۰۱۷ مقاله ای تحت عنوان بهبود تصویر از طریق متعادل سازی هیستوگرام زیر تصویر بر اساس میانگین و واریانس (MVSHE) که تقسیم بندی هیستوگرام بر اساس میانگین و واریانس است (ژوانگ و گوان<sup>۷</sup>، ۲۰۱۷). در سال ۲۰۱۹ روش دیگری بنام متعادل سازی هیستوگرام مبتنی بر گرادیان در بهبود تصویر در مقیاس خاکستری ارائه شد که

<sup>8</sup> Grigoryan & Agaian

<sup>9</sup> Almotairi

<sup>10</sup> Acharya & Kumar

<sup>11</sup> Srikanth et al

<sup>12</sup> Ye et al

<sup>13</sup> Rivera-Aguilar et al

<sup>1</sup> Sarrafzadeh et al

<sup>2</sup> Masra et al

<sup>3</sup> Zuo et al

<sup>4</sup> Singh & Kapoor

<sup>5</sup> Chen & Chen

<sup>6</sup> Babu & Rajamani

<sup>7</sup> Zhuang & Guan

## ۲. مواد و روش‌ها

روش پیشنهادی از چندین بخش تشکیل شده است که در این بخش هر یک از آن‌ها مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

### ۲-۱. روش پیشنهادی متعادل سازی پویای ربع

#### هیستوگرام فازی باحفظ روشنایی (BPQDFHE)<sup>۱</sup>

در روش پیشنهادی، ابتدا هیستوگرام تصویر ورودی با استفاده از تابع عضویت مثلثی به هیستوگرام فازی تبدیل می‌شود. تصویر می‌تواند در فرمت های مختلف مانند Tiff, jpg و png باشد و محدودیتی برای اندازه تصویر وجود ندارد. برای رفع مشکل اشباع شدگی، از یک فرآیند قطع با استفاده از مقدار میانگین به عنوان مقدار آستانه استفاده می‌شود. سپس بر اساس میانگین شدت وقوع تصویر، هیستوگرام فازی به چهار قسمت تقسیم می‌شود. برای انجام متعادل سازی پویا، هر یک از زیر هیستوگرام‌ها به یک محدوده پویا اختصاص می‌یابد و سپس با استفاده از این محدوده پویا، هر زیر هیستوگرام به طور مستقل متعادل می‌شود. برای حفظ بیشتر میانگین تصویر، از روش نرمال سازی استفاده می‌شود تا اطمینان حاصل شود که میانگین تصویر خروجی نزدیک به میانگین تصویر ورودی باشد. این روش از ترکیب متعادل سازی هیستوگرام فازی و استفاده از مقادیر میانگین، بهبود قابل توجهی را در ارتقای عملکرد متعادل سازی تصاویر با کنتراست پایین و نور کم به ارمغان می‌آورد. در ادامه، جزئیات هر بخش به صورت مفصل توضیح داده می‌شود.

#### ۲-۱-۱. مرحله اول: محاسبه هیستوگرام فازی

طبق رابطه (۱)، ابتدا هیستوگرام ورودی را به صورت فازی تبدیل می‌کنیم. هیستوگرام فازی یک ترتیب از اعداد حقیقی است.

$fuzzyHistogram(i)$  که در واقع تعداد تکرار سطوح خاکستری در اطراف  $i$  است.  $I(x,y)$  بیانگر مقدار خاکستری است و  $\tilde{I}(x,y)$  بیانگر مقدار فازی آن است. برای این کار ابتدا باید از طریق رابطه (۲) یک تابع عضویت تعریف کنیم. ما از تابع عضویت مثلثی استفاده می‌کنیم که  $\mu_{\tilde{I}(x,y)}i$  تابع

عضویت مثلثی فازی است که بصورت رابطه (۲) تعریف

می‌شود:

$$fuzzyHistogram(i), i \in \{0,1,2,\dots,L-1\} \quad (1)$$

$$\mu_{\tilde{I}(x,y)} = \max\left(0.1 - \frac{I(x,y)-i}{4}\right) \quad (2)$$

برای محاسبه هیستوگرام فازی نیز از رابطه (۳) زیر استفاده

می‌کنیم:

(۳)

$$fuzzyHistogram(i) = fuzzyHistogram(i) + \sum_x \sum_y \mu_{\tilde{I}(x,y)}i$$

### ۲-۱-۲. مرحله دوم: اعمال فرآیند قطع بر اساس

#### یک مقدار آستانه

یکی از دلایل استفاده از فرآیند قطع، کنترل نرخ متعادل سازی جهت غلبه بر پردازش غیرطبیعی و متعادل سازی زیاد تصویر است. این فرآیند اتوماتیک برای اولین بار توسط وانگ و همکاران در مقاله "متعادل سازی هیستوگرام مسطح خود-انطباقی" برای متعادل سازی کنتراست تصویر مادون قرمز معرفی شد (دال و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۲۱). اما این روش به دلیل تشخیص نامناسب اوج‌های محلی در تصاویر طبیعی دچار شکست شد. برای اصلاح این مشکل، مقدار میانه به عنوان نقطه قطع انتخاب شد. یک مقاله دیگر از فرآیند قطع برای بهبود تصویر با استفاده از نمایش مبتنی بر متعادل سازی هیستوگرام زیر تصویر استفاده کرد. به منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی، می‌توان از میانگین برای انتساب نقطه قطع استفاده کرد، که در این مقاله نیز از میانگین استفاده می‌شود.

در فرآیند قطع برای تصویر، ابتدا میانگین شدت تصویر ورودی محاسبه شده و عدد مربوطه را به عنوان نقطه قطع یا حد آستانه (TC) در نظر می‌گیریم. سپس این حد آستانه را با استفاده از هیستوگرام فازی بدست آمده اعمال می‌کنیم. به این صورت که مقادیر بالاتر از حد آستانه با خود حد آستانه جایگزین می‌شوند و مقادیر پایین تر از آن تغییری نمی‌کنند. این فرآیند به ما امکان کنترل بیشتری بر تصویر می‌دهد و باعث افزایش کیفیت و وضوح تصویر می‌شود.

<sup>2</sup> Dhal et al

<sup>1</sup>Brightness Preserving Quadrants Dynamic Fuzzy Histogram Equalization for Contrast Enhancement

متعادل سازی نشوند که این باعث از دست رفتن جزئیات تصویر و اثرات اشباع شدت<sup>۲</sup> می‌شود.

بنابراین، برای توازن فضای متعادل سازی برای هر زیرهیستوگرام، از روش متعادل سازی پویا برای متعادل سازی هر زیرهیستوگرام استفاده می‌کنیم. در این روش، یک محدوده پویای سطح خاکستری جدید بر اساس طول سطح خاکستری و تعداد کل پیکسل‌های هر زیرهیستوگرام، اختصاص داده می‌شود. این روش به ما کمک می‌کند تا متعادل سازی بهتری برای هر زیرهیستوگرام انجام دهیم و از دست رفتن جزئیات تصویر و اثرات اشباع شدت جلوگیری کنیم. برای تخصیص محدوده پویای جدید از رابطه‌های (۴) و (۵) استفاده می‌کنیم:

$$span_i = high_i - low_i \quad (4)$$

$$range_i = (L - 1) \times span_i / \sum_{k=1}^4 span_k \quad (5)$$

$low_i$  و  $high_i$  به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار شدت موجود در زیرهیستوگرام  $i$  است. محدوده پویای استفاده شده توسط زیرهیستوگرام  $i$  در تصویر ورودی توسط  $span_i$  نشان داده می‌شود، درحالی که محدوده پویای مورد استفاده در تصویر خروجی  $range_i$  است. در  $i$  امین زیرهیستوگرام محدوده پویای جدید در  $[i_{start} \quad i_{end}]$  تخصیص داده می‌شود که توسط رابطه (۶) و (۷) نشان داده می‌شود.

$$i_{start} = (i - 1)_{end} + 1 \quad (6)$$

$$i_{end} = i_{start} + range_i \quad (7)$$

اولین مقدار  $i_{start}$  کوچکترین مقدار شدت محدوده پویای جدید مقداردهی می‌شود.

## ۲-۱-۵. مرحله پنجم: متعادل سازی پویای هر

### زیرهیستوگرام

استفاده از متعادل سازی پویا برای هر زیرهیستوگرام، به ما این امکان را می‌دهد که هر زیرهیستوگرام را به طور مجزا متعادل سازی کنیم. این روش از متعادل سازی کم یا زیاد هر قسمت از تصویر جلوگیری می‌کند و با اختصاص محدوده‌های

## ۲-۱-۳. مرحله سوم: تقسیم بندی هیستوگرام فازی

مراحل انجام فرآیند تقسیم بندی بر اساس میانگین هیستوگرام فازی تصویر شامل موارد زیر می‌شود:

۱. تقسیم هیستوگرام فازی: ابتدا، هیستوگرام فازی را با در نظر گرفتن مقدار میانگین به دو زیرهیستوگرام تقسیم می‌کنیم. این کار با تقسیم مقادیر بالا و پایین از مقدار میانگین انجام می‌شود تا دو زیرهیستوگرام متناظر با مقادیر بالا و پایین میانگین بدست آید.

۲. محاسبه میانگین زیرهیستوگرام‌ها: سپس مقدار میانگین هر یک از زیرهیستوگرام‌ها را محاسبه می‌کنیم. این مقادیر میانگین، به عنوان نقاط جداکننده بین زیرهیستوگرام‌ها عمل می‌کنند.

۳. تقسیم به چهار زیرهیستوگرام: با استفاده از مقادیر میانگین به عنوان نقاط جداکننده، هیستوگرام فازی به چهار زیرهیستوگرام تقسیم می‌شود.

این فرآیند باعث ایجاد تقسیم بندی دقیق تر هیستوگرام و بهبود تحلیل تصویر می‌شود. این تقسیم بندی به ما امکان می‌دهد تا تصویر را به بخش‌های مختلف تقسیم کرده و اطلاعات بیشتری از توزیع شدت نور در تصویر به دست آوریم. این در نتیجه می‌تواند بهبود کیفیت و وضوح تصویر و همچنین اطلاعات بیشتری از تصویر را برای ما فراهم کند.

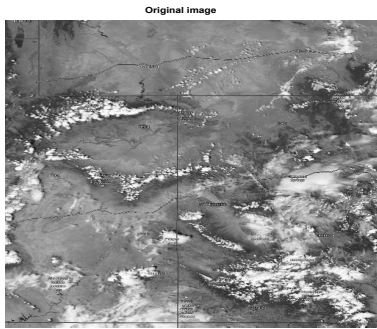
## ۲-۱-۴. مرحله چهارم: تخصیص محدوده سطح

### خاکستری جدید

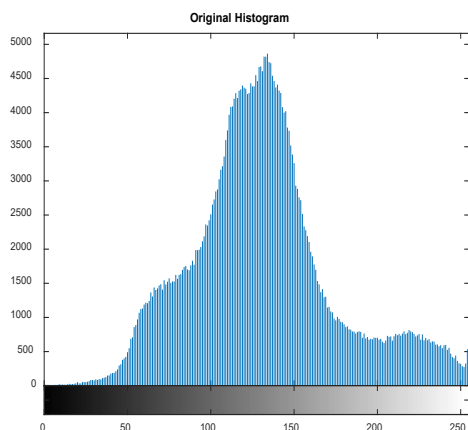
در روش‌های مبتنی بر PHE<sup>۱</sup>، تنها فرآیند متعادل سازی در هر زیرهیستوگرام انجام می‌شود. اما تقسیم بندی هیستوگرام تصویر به چندین زیرهیستوگرام به گونه‌ای که هیچ کدام قسمت غالب نداشته باشند، ممکن است برای متعادل سازی خیلی خوب و قابل اطمینان نباشد. این امر به دلیل این است که برخی زیرهیستوگرام‌ها دارای مقادیر بالا برای رسیدن به کنتراست بهتر ممکن است بیشتر از زیرهیستوگرام‌های دارای مقادیر پایین، کشیده شوند و یا برخی زیرهیستوگرام‌ها با محدوده کوچک به خوبی توسط متعادل سازی هیستوگرام (HE)

<sup>2</sup> saturation effect

<sup>1</sup> Partitioning Histogram Equalization



شکل ۴-۱ تصویر ورودی



شکل ۴-۲ هیستوگرام تصویر ورودی

خاص و پی در پی و بدون همپوشانی به سطح خاکستری در زیرهیستوگرامها، تضمین می کند که هیچ دو سطح خاکستری از زیرهیستوگرامهای متفاوت به مقدار یکسان سطح خاکستری در تصویر خروجی، نگاشت نخواهد شد.

به این ترتیب، از دست رفتن جزئیات تصویر و ایجاد هرگونه عوارض جانبی شدید در تصویر جلوگیری می شود. این روش باعث بهبود بسیار خوبی در تصویر می شود و امکان حفظ جزئیات بیشتری از تصویر را فراهم می کند. به عبارت دیگر، متعادل سازی پویا به صورت دقیق و بدون هیچ گونه از دست رفتن اطلاعات، تصویر را بهبود می بخشد.

برای زیرهیستوگرام  $i$  با محدوده  $[i_{start} \ i_{end}]$  تابع انتقال برای متعادل سازی هیستوگرام خروجی از رابطه (۸) استفاده می شود.

$$y(x) = (i_{start} - i_{end}) \times cdf(X_k) + i_{start} \quad (8)$$

$cdf(X_k)$  تابع توزیع تجمعی در آن زیرهیستوگرام است. رابطه بالا همان رابطه HE است ولی به جای ماکسیمم و مینیمم شدت از  $i_{end}$  و  $i_{start}$  در محدوده پویای خروجی استفاده می شود.

### ۳-۱-۱. مرحله اول: فازی کردن هیستوگرام

#### ورودی

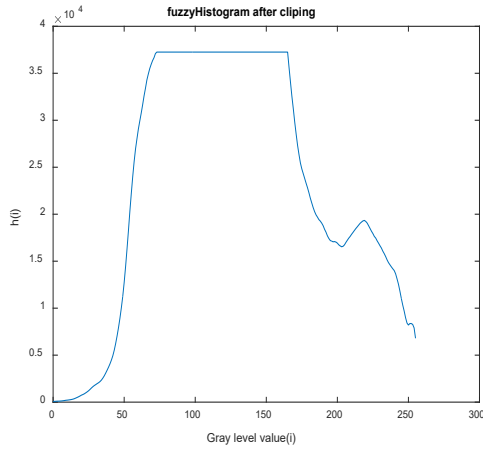
شکل ۴-۳ هیستوگرام کریسپ تصویر ورودی را نشان می دهد، که با اعمال فرآیند فازی که با استفاده از رابطه های (۲) و (۳) انجام پذیر است، تبدیل به شکل ۴-۴ می شود. آمار فازی نسبت به نمودار هیستوگرام کریسپ کلاسیک، قادر به اعمال دقت بیشتری در ارزش خاکستری است، در نتیجه یک هیستوگرام صاف تولید می کند.

### ۳. بحث و نتایج (شبه سازی روش پیشنهادی)

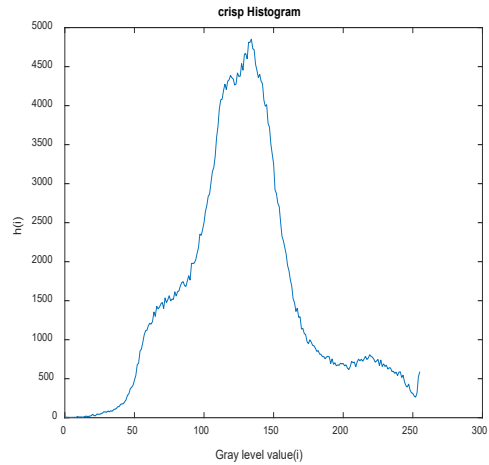
روش پیشنهادی در لب تاپ فوجیتسو با رم ۴ گیگ، هارد ۱۲۸ و سی پی یو core i5 و در نرم افزار MATLAB پیاده سازی شده است و تصاویر مورد استفاده در شبه سازی از سایت [worldview.earthdata.nasa.gov](http://worldview.earthdata.nasa.gov) برداشته شده است.

#### ۳-۱. شبه سازی هر مرحله از روش پیشنهادی

روش پیشنهادی را برای تصویر ۴-۱ که تصویر ورودی است و هیستوگرام آن که در تصویر ۴-۲ نشان داده شده است، اعمال کرده و تغییرات حاصل شده را در تصویر و هیستوگرام نهایی مشاهده میکنیم. تصویر  $618 \times 618$  پیکسل است و فرمت آن jpg است.



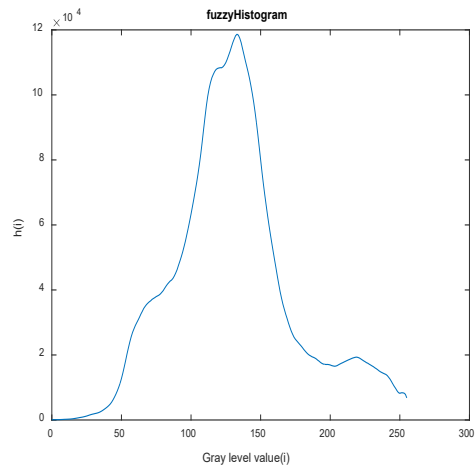
شکل ۴-۵ اعمال فرآیند قطع بر روی هیستوگرام فازی



شکل ۴-۳ هیستوگرام کریسپ تصویر ورودی

**۳-۱-۳. مرحله سوم : تقسیم بندی هیستوگرام فازی**

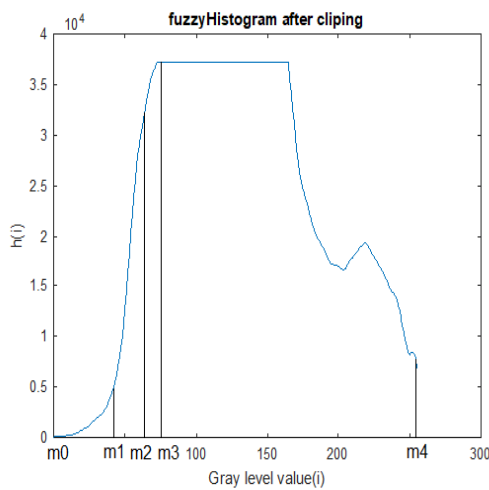
در این مرحله هیستوگرام تقسیم بندی می شود . به این ترتیب که ابتدا هیستوگرام فازی را با در نظر گرفتن مقدار میانگین ، به دو زیر هیستوگرام تقسیم می کنیم . سپس مقدار میانگین هر یک از زیر هیستوگرام ها را بدست آورده و از آنها به عنوان نقاط جدا کننده زیر هیستوگرام ها استفاده می کنیم . در شکل ۴-۶ ۴ نقاط  $m_1$  و  $m_2$  و  $m_3$  نقاط میانگین هستند . بعد از اعمال مقادیر میانگین تعداد چهار زیر هیستوگرام وجود دارد . برای مشخص کردن مرزهای جدا کننده ابتدایی و انتهایی هیستوگرام ،  $Max$  و  $Min$  مقادیر شدت هیستوگرام فازی محاسبه می شود . که در شکل ۴-۶ نقاط  $m_0$  و  $m_4$  هستند . شکل ۴-۴ هیستوگرام بدست آمده بعد از اعمال تقسیم بندی را نشان می دهد.



شکل ۴-۴ هیستوگرام فازی بدست آمده از تصویر

**۳-۱-۲. مرحله دوم : اعمال فرآیند قطع**

روش هایی مانند BBHE ، فرآیند کشش بیشتری را برای محدوده هیستوگرام با کنتراست بالا، بکار می برد و محدوده هیستوگرام با کنتراست پایین را فشرده می کند. این امر باعث اشباع شدت می شود. برای رفع این مشکل یک فرآیند قطع برای کنترل نرخ متعادل سازی در هیستوگرام تصویر ورودی اعمال می شود . با اعمال این فرآیند تصویر حاصل ، میانگین روشنایی تصویر ورودی را حفظ می کند. در شکل ۴-۵ با استفاده از میانگین به عنوان آستانه قطع ، فرآیند قطع را به هیستوگرام فازی اعمال کردیم .



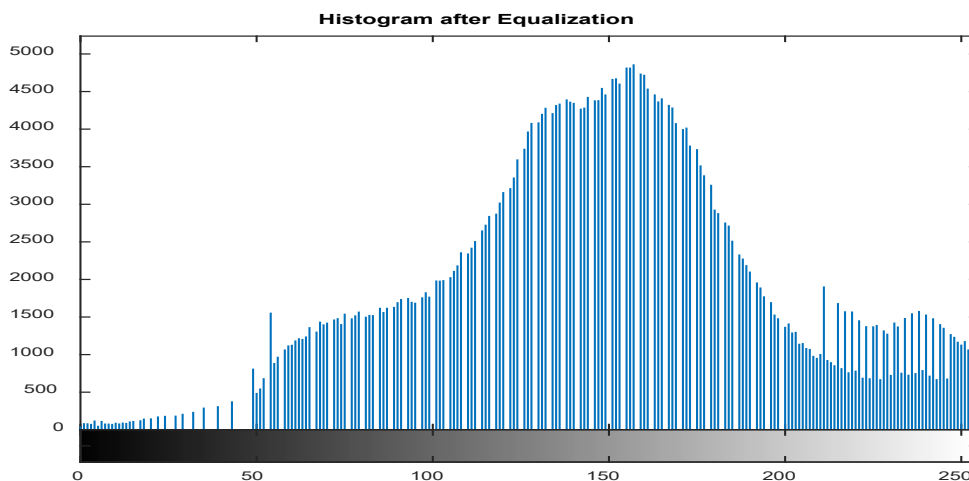
شکل ۴-۶ هیستوگرام بدست آمده بعد از تقسیم بندی با میانگین

### ۳-۱-۴. مرحله چهارم: تخصیص محدوده سطح خاکستری جدید

برای متعادل سازی پویای هر زیرهیستوگرام نیاز داریم یک محدوده پویای سطح خاکستری جدید بر اساس طول سطح خاکستری و تعداد کل پیکسل‌های هر زیرهیستوگرام، تعریف کنیم. در مرحله قبلی هیستوگرام فازی را بر اساس مقادیر میانگین به چهار زیرهیستوگرام تقسیم کردیم (شکل ۶-۴). در واقع  $m_1, m_2, m_3$  مقادیر میانگین‌ها هستند. اگر هیستوگرام فازی اصلی در محدوده  $[I_{min}, I_{max}]$  قرار گرفته است پس اولین زیرهیستوگرام در این محدوده  $[I_{min}, m_1]$  است. دومین زیرهیستوگرام در محدوده  $[m_1 + 1, m_2]$ ، سومین زیرهیستوگرام در محدوده  $[m_2 + 1, m_3]$  و چهارمین زیرهیستوگرام در محدوده  $[m_3 + 1, I_{max}]$  قرار دارد. برای اعمال این مرحله بر روی هیستوگرام و تخصیص محدوده پویای جدید از رابطه‌های (۴) و (۵) استفاده می‌کنیم.

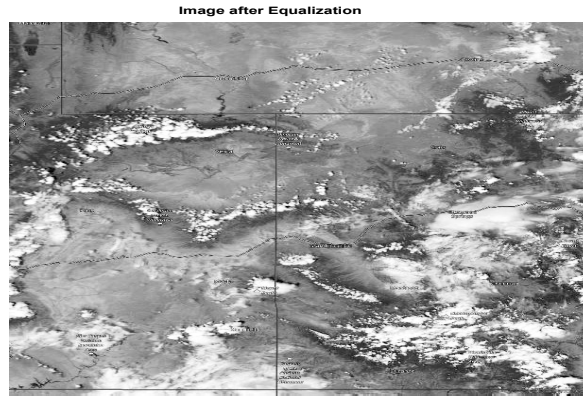
### ۳-۱-۵. مرحله پنجم: متعادل سازی پویای هر زیرهیستوگرام

متعادل سازی پویا، محدوده پویای سطوح خاکستری را برای هر زیرهیستوگرام که سطح خاکستری آن را می‌توان توسط متعادل سازی هیستوگرام نگاشت کرد، اختصاص می‌دهد. این کار با توزیع کل محدوده پویای موجود در سطوح خاکستری زیرهیستوگرام‌ها بر اساس محدوده پویایشان در تصویر ورودی انجام می‌شود. به عبارتی بر اساس نسبت طول سطوح خاکستری که زیرهیستوگرام در هیستوگرام تصویر ورودی اشغال کرده است و تابع توزیع احتمال مقادیر هیستوگرام، انجام می‌گیرد. متعادل سازی پویا در هر زیرهیستوگرام به تنهایی عمل می‌کند تا از متعادل سازی کم یا زیاد هر قسمت جلوگیری کند. در شکل ۷-۴ هیستوگرام حاصل از اعمال روش پیشنهادی را مشاهده می‌کنید که در مقایسه با شکل ۲-۴ میزان محدوده پویا بطور واضح مشخص است و عمل متعادل سازی نیز باعث کشش نمودار شده است.



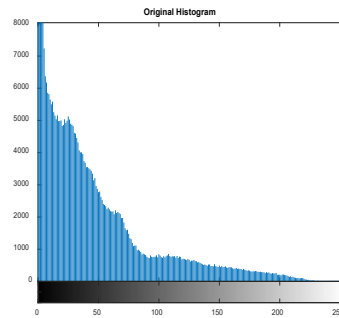
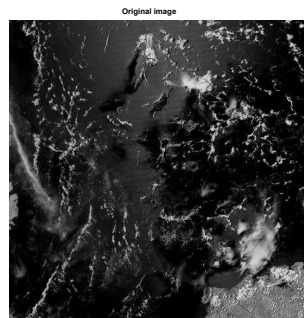
شکل ۷-۴ هیستوگرام تصویر خروجی بعد از اعمال عمل متعادل سازی

شکل ۸-۴ تصویر ورودی را بعد از اعمال روش پیشنهادی نشان می‌دهد که تغییرات حاصل شده، به وضوح قابل مشاهده است.

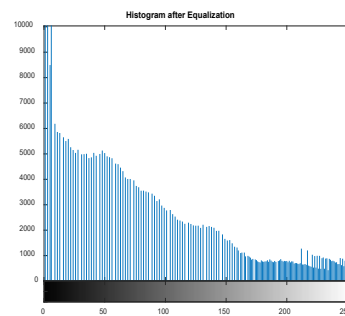
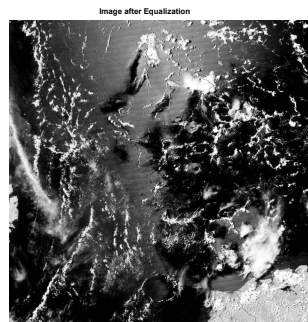


شکل ۸-۴. تصویر خروجی بعد از اعمال عمل متعادل سازی

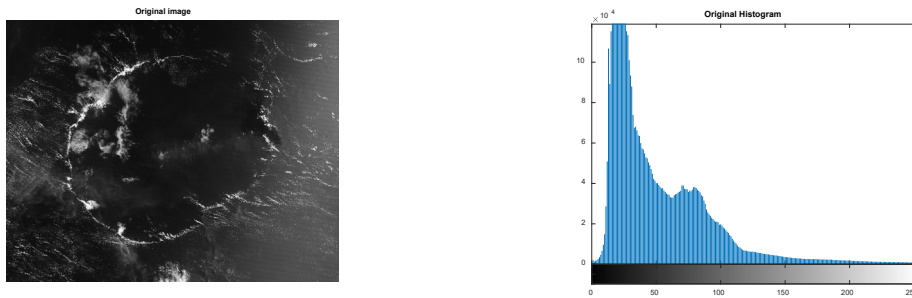
در ادامه در شکل ۹-۴ و ۱۰-۴ اعمال روش پیشنهادی را بر روی چند تصویر مشاهده می کنید.



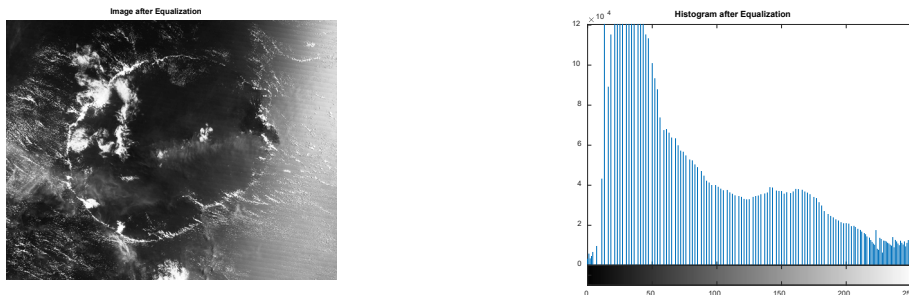
شکل ۹-۴ (الف) تصویر و هیستوگرام اصلی



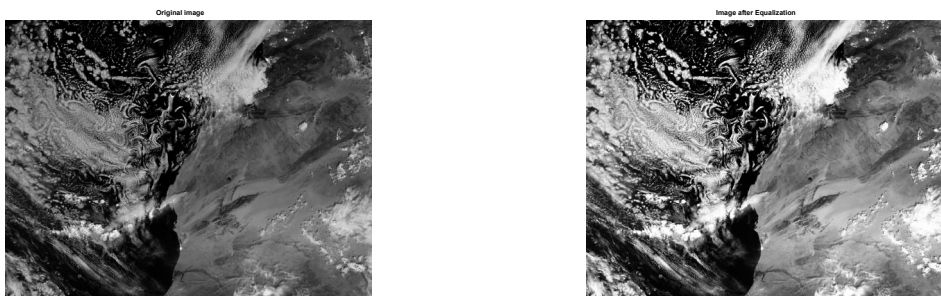
شکل ۹-۴ (ب) تصویر و هیستوگرام بعد از QDFHE



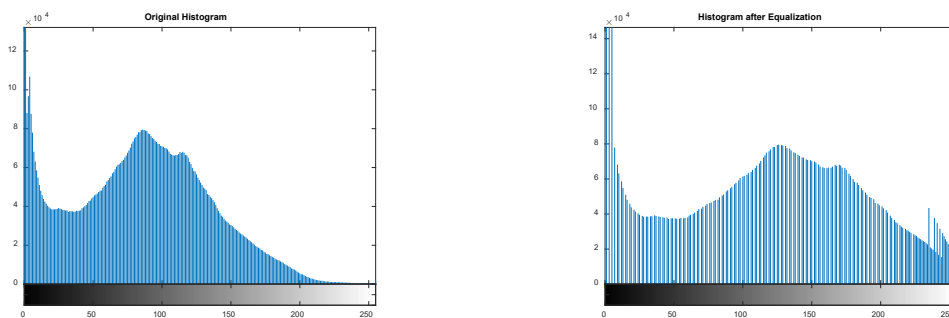
شکل ۱۰-۴ (الف) تصویر و هیستوگرام اصلی



شکل ۱۰-۴ (ب) تصویر و هیستوگرام بعد از QDFHE



شکل ۱۱-۴ (الف) تصویر و هیستوگرام اصلی



شکل ۱۱-۴ (ب) تصویر و هیستوگرام بعد از QDFHE

#### ۴. نتیجه گیری

روشنایی تصاویر. این روش، عیوب روش‌های قبلی را برطرف کرده و با توجه به نتایج تجربی و مقایسه با روش‌های پیشین، نشان‌دهنده عملکرد بهتری در اکثر موارد است. با کاهش اثرات اشباع شدگی، تشدید نویز و متعادل‌سازی متعدد، این

این مقاله، یک روش جدید و نوآورانه با نام "متعادل‌سازی هیستوگرام ترکیبی" معرفی شده است که از بهترین روش‌ها برای تعادل‌سازی هیستوگرام استفاده می‌کند به منظور حفظ

2. Acharya, U. K., & Kumar, S. (2021). Directed searching optimized mean-exposure based sub-image histogram equalization for grayscale image enhancement. *Multimedia Tools and Applications*, 80(16), 24005–24025.
3. Almotairi, K. H. (2020). A Global Two-Stage Histogram Equalization Method for Gray-Level Images. *J. ICT Res. Appl*, 14(2), 95–114.
4. Babu, P., & Rajamani, V. (2015). Contrast enhancement using real coded genetic algorithm based modified histogram equalization for gray scale images. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 25(1), 24–32.
5. Chen, S.-D., & Ramli, A. R. (2003a). Contrast enhancement using recursive mean-separate histogram equalization for scalable brightness preservation. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 49(4), 1301–1309.
6. Chen, S.-D., & Ramli, A. R. (2003b). Minimum mean brightness error bi-histogram equalization in contrast enhancement. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 49(4), 1310–1319.
7. Chen, Y.-Y., & Chen, S.-A. (2015). Exposure-based weighted dynamic histogram equalization for image contrast enhancement. *International Journal of Automation and Smart Technology*, 5(1), 27–38.
8. Dhal, K. G., Das, A., Ray, S., Gálvez, J., & Das, S. (2021). Histogram equalization variants as optimization problems: a review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 28, 1471–1496.
9. Ghabousian, R., & Allahbakhshi, N. (2015). Survey of Contrast Enhancement Techniques based on Histogram Equalization. *Int. J. Rev. Life Sci*, 5(8), 901–908.
10. Gonzalez, R. C. (2009). *Digital image processing*. Pearson education india.
11. Grigoryan, A. M., & Agaian, S. S. (2019). Gradient based histogram equalization in grayscale image enhancement. *Mobile Multimedia/Image Processing, Security, and Applications 2019*, 10993, 132–142.

روش به حفظ جزئیات تصاویر پردازش شده سیاه و سفید می‌پردازد و برای متعادل سازی تصاویر با کنتراست پایین و نور کم، بسیار مناسب است. هدف از این تحقیق کاهش مشکلات موجود در روش‌های قبلی است. حفظ بهتر میانگین تصویر و همچنین حفظ جزئیات تصویر از ویژگی‌های این روش است. استفاده از منطق فازی و ربع هیستوگرام در کنار متعادل سازی پویا باعث ایجاد نتیجه بهتر در تصاویر خروجی شده است. منطق فازی باعث هموار شدن هیستوگرام ورودی و در نتیجه باعث حفظ جزئیات شده و پیچیدگی محاسباتی را کاهش می‌دهد. استفاده از چهار زیر هیستوگرام پویا با میانگین بعنوان نقطه جداکننده از بوجود آمدن زیر هیستوگرام‌های گسترش نیافته جلوگیری کرده و چون برای هر زیر هیستوگرام بصورت جداگانه عمل متعادل سازی انجام می‌شود، از متعادل سازی کم یا زیاد هر زیر هیستوگرام جلوگیری می‌شود. همچنین هر سطح خاکستری زیر هیستوگرام به یک مقدار از سطح خاکستری تصویر خروجی نگاشت می‌شود به عبارتی هر سطح خاکستری منحصربفرد خواهد بود. این عمل از شسته شدن تصویر جلوگیری می‌کند. اعمال فرآیند قطع برای کنترل نرخ متعادل سازی در هیستوگرام تصویر ورودی است. بعد از اعمال مراحل بیان شده، تصویر خروجی در مقایسه با سایر روش‌ها نتیجه بهتری می‌دهد. برخی از زمینه‌های تحقیقاتی که میتواند در آینده انجام شود می‌تواند شامل، استفاده از روش‌های دیگر منطق فازی برای نتیجه بهتر، توسعه روش‌های موجود برای حفظ بیشتر میانگین روشنایی، توسعه روش‌های بیشتر برای کار بر روی تصاویر رنگی، بسط روش‌های متعادل سازی پویا با تعریف محدوده‌های جدید، توسعه روش‌هایی که در آنها از مفاهیم دیگر در متعادل سازی مانند خوشه بندی، ماتریس همسایگی و ترکیب آنها با منطق فازی استفاده شود.

## ۵. منابع

1. Abdullah-Al-Wadud, M., Kabir, M. H., Dewan, M. A. A., & Chae, O. (2007). A dynamic histogram equalization for image contrast enhancement. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 53(2), 593–600.

22. Srikanth, R., Sowmya, K. L., Anjana, S., Vamshi, G., & Reddy, A. R. M. (2022). Improved Image Enhancement of Natural Images with Median Mean-Based Sub-Image Clipped Histogram Equalization. *Soft Computing for Security Applications: Proceedings of ICSCS 2021*, 873–887.
23. Wang, Y., Chen, Q., & Zhang, B. (1999). Image enhancement based on equal area dualistic sub-image histogram equalization method. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 45(1), 68–75.
24. Wongsritong, K., Kittayaruasiriwat, K., Cheevasuvit, F., Dejhan, K., & Somboonkaew, A. (1998). Contrast enhancement using multippeak histogram equalization with brightness preserving. *IEEE APCCAS 1998. 1998 IEEE Asia-Pacific Conference on Circuits and Systems. Microelectronics and Integrating Systems. Proceedings (Cat. No. 98EX242)*, 455–458.
25. Wu, P.-C., Cheng, F.-C., & Chen, Y.-K. (2010). A weighting mean-separated sub-histogram equalization for contrast enhancement. *2010 International Conference on Biomedical Engineering and Computer Science*, 1–4.
26. Ye, B., Jin, S., Li, B., Yan, S., & Zhang, D. (2023). Dual Histogram Equalization Algorithm Based on Adaptive Image Correction. *Applied Sciences*, 13(19), 10649.
27. Zhu, Y., & Huang, C. (2012). An adaptive histogram equalization algorithm on the image gray level mapping. *Physics Procedia*, 25, 601–608.
28. Zhuang, L., & Guan, Y. (2017). Image enhancement via subimage histogram equalization based on mean and variance. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2017(1), 6029892.
29. Zuo, C., Chen, Q., & Sui, X. (2013). Range limited bi-histogram equalization for image contrast enhancement. *Optik*, 124(5), 425–431.
12. Ibrahim, H., & Kong, N. S. P. (2007). Brightness preserving dynamic histogram equalization for image contrast enhancement. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 53(4), 1752–1758.
13. Kim, Y.-T. (1997). Contrast enhancement using brightness preserving bi-histogram equalization. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 43(1), 1–8.
14. Masra, S. M. W., Pang, P. K., Muhammad, M. S., & Kipli, K. (2012). Application of particle swarm optimization in histogram equalization for image enhancement. *2012 IEEE Colloquium on Humanities, Science and Engineering (CHUSER)*, 294–299.
15. Ooi, C. H., & Isa, N. A. M. (2010). Quadrants dynamic histogram equalization for contrast enhancement. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 56(4), 2552–2559.
16. Rivera-Aguilar, B. A., Cuevas, E., Pérez, M., Camarena, O., & Rodríguez, A. (2024). A new histogram equalization technique for contrast enhancement of grayscale images using the differential evolution algorithm. *Neural Computing and Applications*, 1–17.
17. Sarrafzadeh, H., Rezazadeh, F., & Shanbehzadeh, J. (2013). Brightness preserving fuzzy dynamic histogram equalization.
18. Sengeer, N., & Choi, H. K. (2008). Brightness preserving weight clustering histogram equalization. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 54(3), 1329–1337.
19. Sheet, D., Garud, H., Suveer, A., Mahadevappa, M., & Chatterjee, J. (2010). Brightness preserving dynamic fuzzy histogram equalization. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 56(4), 2475–2480.
20. Sim, K. S., Tso, C. P., & Tan, Y. Y. (2007). Recursive sub-image histogram equalization applied to gray scale images. *Pattern Recognition Letters*, 28(10), 1209–1221.
21. Singh, K., & Kapoor, R. (2014). Image enhancement using exposure based sub image histogram equalization. *Pattern Recognition Letters*, 36, 10–14.