

## معرفی مدل طیفی فشارگرای T-21 برای پیش بینی میدان ژئوپتانسیل

محمدتقی زمانیان<sup>1</sup>، پروین غفاریان<sup>2</sup>

1- استادیار پژوهشکده هواشناسی

2- دکترای هواشناسی - سازمان هواشناسی کشور

### چکیده

تأثیر پیش بینی صحیح وضع هوا در تمام جنبه‌های زندگی عادی و روزمره و نیز در امور تخصصی بر همگان روشن است. امروزه با بهره‌گیری بهینه از مدل‌های مختلف و شناخت از میزان صحت و دقت آن‌ها، گام‌هایی موثر در جهت تحقق این مهم برداشته شده است. یکی از این مدل‌ها، مدل‌های جهانی می‌باشد که استفاده عملیاتی از آن هنوز در کشور ما انجام نشده است. در این مطالعه، مدل جهانی فشارگرای به روش طیفی برای پیش‌بینی میدان ژئوپتانسیل طراحی گردید. به دلیل حجم بالای اطلاعات و محدودیت رایانه‌های شخصی، مدل با قدرت تفکیک پائین اجرا می‌شود. میدان ژئوپتانسیل با کمک طرح‌واره‌ی سه ترازوی در محیط طیفی پیش‌بینی می‌شود، سپس با بهره‌گیری از عکس تبدیلات لژاندر و فوریه از فضای طیفی به فضای فیزیکی برمی‌گردیم. این مدل، کاملاً حرکات موج و پیش‌روی آن را نمایش می‌دهد. اضافه کردن فرضیاتی نظیر وجود جو چگال‌گرای، آزاد شدن گرمای نهان و لحاظ نمودن پستی و بلندی سطح زمین، می‌تواند پیش‌بینی‌های بهتری را از مدل به دست دهد.

**واژگان کلیدی:** مدل طیفی، هماهنگ‌های کروی، محیط فشارگرای.

### مقدمه

اولین سرویس‌های هواشناسی که از برنامه‌های طیفی برای پیش‌بینی‌های خود استفاده کردند، استرالیا و کانادا در 1976 و به دنبال آن‌ها آمریکا (1980)، فرانسه (1982)، ژاپن و مرکز اروپایی پیش‌بینی وضع هوا<sup>5</sup> (1983) بودند. مشکل اصلی در بسیاری از روش‌های گسسته‌سازی آن است که امکان پوشش دادن کره با شبکه‌هایی که هم مترکم و هم یک شکل باشند وجود ندارد، اما با استفاده از روش طیفی که مبتنی بر استفاده از هماهنگ‌های کروی است می‌توان کل کره را پوشش داد و مدل را جهانی کرد. طراحی یک شبکه در نواحی قطبی به روش تفاضل محدود مشکل است ولی در روش طیفی این مشکل برطرف گردیده است و این نیز یک مزیت مهم محسوب می‌شود. در این مطالعه، مدل فشارگرای جهانی به روش طیفی (گالرکین) طراحی گردید و با استفاده از آن، فراسنج ژئوپتانسیل در بازه‌ی زمانی 12 ساعته پیش‌بینی شد.

تأثیر پیش بینی صحیح وضع هوا در تمام جنبه‌های زندگی عادی و روزمره و نیز در امور تخصصی بر همگان روشن است. امروزه با بهره‌گیری بهینه از مدل‌های مختلف و شناخت از میزان صحت و دقت آن‌ها، گام‌هایی موثر در جهت تحقق این مهم برداشته شده است. یکی از این مدل‌ها، مدل‌هایی هستند که بر پایه‌ی روش‌های طیفی طراحی می‌گردند. روش‌های طیفی شامل 3 روش تا<sup>1</sup>، طیفی نما<sup>2</sup> و گالرکین<sup>3</sup> می‌باشند. از جمله کاربردهای روش طیفی می‌توان به مدل‌سازی تلاطم، اکتشافات لرزه‌ای، معادلات موج غیر خطی، نجوم و پیش‌بینی وضع هوا اشاره نمود. روش طیفی در مدل‌سازی هواشناسی اولین بار توسط سیلبرمن<sup>4</sup> (1954)، ارائه شد. او معادله‌ی تاوایی فشارگرای ناواگرا را در روی یک کره‌ی هندسی حل کرد.

1. Tau  
3. Galerkin  
5. ECMWF=European Center for Medium range Weather Forecast

2. Pseudo\_spectral  
4. Silberman

$$A^m(\mu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\sqrt{\pi}}^{\sqrt{\pi}} A(\lambda, \mu) e^{-im\lambda} d\lambda$$

### تبدیل ژاندر

تبدیل ژاندر موکفه‌های فوریه توسط رابطه‌ی زیر انجام

می‌شود:

(5)

$$A_n^m = \int A^m(\mu) P_n^m(\mu) d\mu$$

شکل گسسته رابطه (5) توسط انتگرال گیری گاوسی

انجام می‌شود.

$$A_n^m = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=1}^K W(\mu_k) A^m(\mu_k) P_n^m(\mu_k) \quad (6)$$

که  $\mu_k$  عرض‌های گاوسی و  $W(\mu_k)$  وزن‌های

گاوسی هستند.

### تبدیل وارون ژاندر

$$A^m(\mu_k) = \sum_n A_n^m P_n^m(\mu_k) \quad (7)$$

### تبدیل وارون فوریه

$$A(\lambda_j, \mu_k) = \sum_m A^m(\mu_k) e^{im\lambda_j} \quad (8)$$

بنابراین، ابتدا از موکفه‌های هم‌آهنگ کروی  $A_n^m$  به

موکفه‌های فوریه  $A^m$  و سپس به مقادیر نقاط شبکه

$A(\lambda_j, \mu_k)$  می‌رویم. باید توجه داشت که عرض‌های

گاوسی و وزن‌های گاوسی باعث می‌شوند که محاسبه‌ی

تبدیل ژاندر صحیح انجام شود.

همانگونه که بیان شد، هر میدان متغیری مانند

$(\lambda, \mu, \dots)$  را می‌توان به شکل سری‌هایی از هم‌آهنگ‌های

کروی نمایش داد، اما در عمل کار با جملاتی که سری‌هایی

بی‌نهایت هستند غیرممکن است و لازم است که در بعضی

نقاط سری‌ها را قطع<sup>۳</sup> کرد و از موج‌هایی که خارج این

طیف هستند صرف‌نظر شود. در طراحی این مدل، از روش

### داده‌ها و روش کار

هر تابع همواری بالای یک کره را می‌توان به صورت

جمعی از هماهنگ‌های کروی بیان نمود:

$$\zeta(\lambda, \mu) = \sum_m \sum_n \zeta_n^m Y_n^m(\lambda, \mu) \quad (1)$$

که:

$$Y_n^m(\mu, \lambda) = P_n^m(\mu) e^{im\lambda} \quad (2)$$

$Y_n^m(\mu, \lambda)$  هم‌آهنگ کروی از مرتبه‌ی  $m$  و درجه

$n$  است. عامل  $e^{im\lambda}$  تغییرات شرق-غرب را شرح

می‌دهد و عامل  $P_n^m(\mu)$  تغییرات شمال-جنوب موج

هم‌آهنگ کروی  $Y_n^m(\mu, \lambda)$  را شرح می‌دهد. در واقع

جواب معادله‌ی لاپلاس روی یک کره به شکل رابطه (2)

است.

با استفاده از هم‌آهنگ‌های کروی که توابع پایه هستند،

مدل طیفی جهانی را دستوربندی<sup>۱</sup> می‌نمائیم. هم‌آهنگ‌های

کروی از توابع مثلثاتی در جهت مداری و توابع ژاندر

وابسته<sup>۲</sup> در جهت نیمگانی تشکیل شده‌اند.

$$P_n^m(\mu) = \frac{(1-\mu^2)^{m/2}}{\sqrt{\pi} n!} \frac{d^{n+m}}{d\mu^{n+m}} (\mu^2-1)^n, \quad |\mu| \leq 1 \quad (3)$$

که  $\mu = \sin \phi$ ،  $m$  عدد موج در راستای مداری و  $n$

عدد موج در راستای نیمگانی است.

برای رفتن از فضای فیزیکی به فضای طیفی دو تبدیل

فوریه و تبدیل ژاندر صورت می‌گیرد.

### تبدیل فوریه

تبدیل فوریه میدان فضا را در امتداد یک عرض

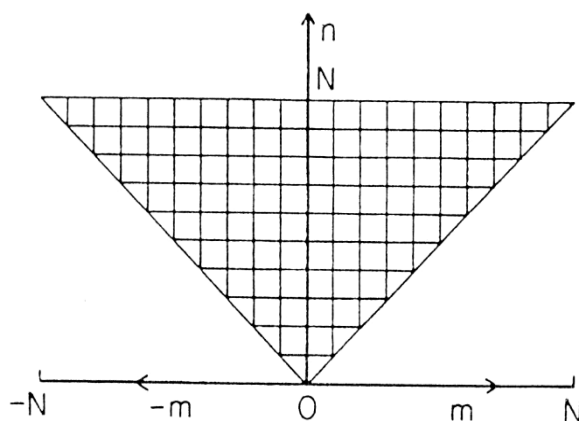
جغرافیایی انجام می‌دهیم:

(4)

قطع کردن مثلثی<sup>1</sup> استفاده شده است، این قطع با رابطه‌ی ریاضی زیر بیان می‌شود:

$$\psi(\lambda, \mu) = \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N \psi_n^m Y_n^m(\lambda, \mu) \quad (9)$$

این رابطه در شکل (1) کاملاً مشخص است:



شکل 1: نمایش قطع مثلثی در عدد موج N

دسترسی به ابر رایانه، مدل T-21 (قدرت تفکیک پائین) را طراحی کردیم.

فراسنجی که برای پیش بینی انتخاب شده است، توسط درون یابی دوخطی، بر روی شبکه گاوسی منتقل شود، سپس ضرائب طیفی آن را به دست می آوریم و با استفاده از زمانی بعد با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:

$$\psi_n^m(t - \Delta t) \text{ و } \frac{d\psi_n^m}{dt}, \psi_n^m(t + \Delta t) \text{ را در گام زمانی بعد با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:} \quad (12)$$

$$\psi_n^m(t + \Delta t) = \psi_n^m(t - \Delta t) + 2 \Delta t \frac{d\psi_n^m}{dt}$$

طرح واره‌ی استفاده شده در این مدل، طرح واره‌ی سه ترازه‌ی - مرکزی<sup>۲</sup> است.

همان گونه که از معادله‌ی (12) مشاهده می شود، روش استفاده شده برای گسسته سازی زمانی یک روش دو مرحله‌ای است و اعمال این روش برای اولین مرحله از گام زمانی امکان پذیر نیست. بنابراین می بایست برای اولین مرحله از گام زمانی از یک روش یک مرحله‌ای استفاده شود و سپس برای مراحل بعدی روش سه ترازه - مرکزی مورد استفاده قرار گیرد. برای رسیدن به این منظور، از روش پیش رو استفاده می کنیم. در واقع پیش بینی در محیط طیفی انجام می پذیرد و با استفاده از عکس این تبدیلات

انتخاب نوع بهینه‌ی قطع کردن در مدل طیفی مسئله پیچیده‌ای است. به طور کلی انتخاب باید براساس معیارهایی باشد که حداکثر دقت و حداقل زمان محاسبه را داشته باشد. این انتخاب به عوامل زیادی از جمله، مدلی که به کار گرفته می شود، زمان پیش بینی، رایانه‌ای که استفاده می شود، برنامه نویسی و حتی به شرایط اولیه بستگی دارد.

شبکه گاوسی، در علوم زمین مانند هواشناسی استفاده می شود. در واقع مدل‌هایی که روی یک کره طراحی می شوند، نیاز به استفاده از این شبکه دارند. شبکه گاوسی، روی قطب‌ها نقطه‌ای ندارد و در این شبکه تعداد نقاط در راستای مداری دو برابر تعداد نقاط در راستای نیمگانی است (به عنوان مثال در مدل T-42، 64 تا عرض جغرافیایی و 128 تا طول جغرافیایی داریم). نقاط در راستای نیمگانی، فواصل مساوی دارند و در راستای مداری، تقریباً هم فاصله هستند. داده‌های اولیه مورد نیاز برای این تحقیق، از داده‌های واقعی تراز 500 هکتو پاسکال (GFS) که توسط نرم افزار Grads بازیابی و در پوشه های متنی ذخیره شده اند، استفاده شد. این داده‌ها، روی نقاط شبکه‌ای با قدرت تفکیک 1 درجه قرار دارند. برای به دست آوردن مقادیر این داده‌ها روی نقاط شبکه گاوسی از دستور درون یابی دوخطی<sup>۱</sup> (لاگراژی) استفاده شد. در این مطالعه به دلیل عدم

1. Bilinear interpolation

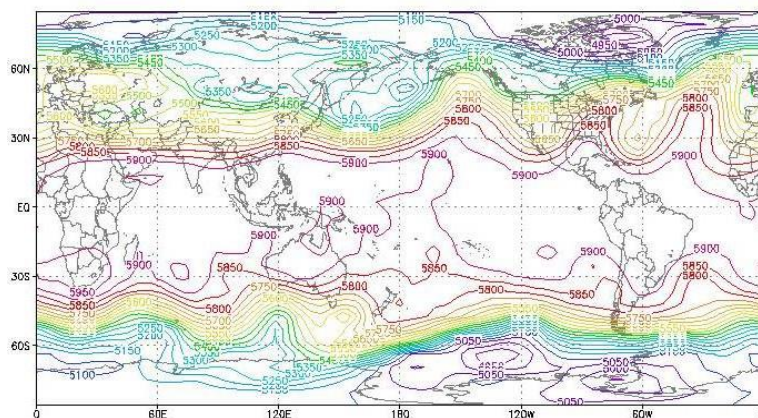
2. Leapfrog Scheme(three level schem)

بررسی نتایج حاصل از اجرای مدل، به مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده ارتفاع ژئوپتانسیل و مقادیر واقعی آن می‌پردازیم.

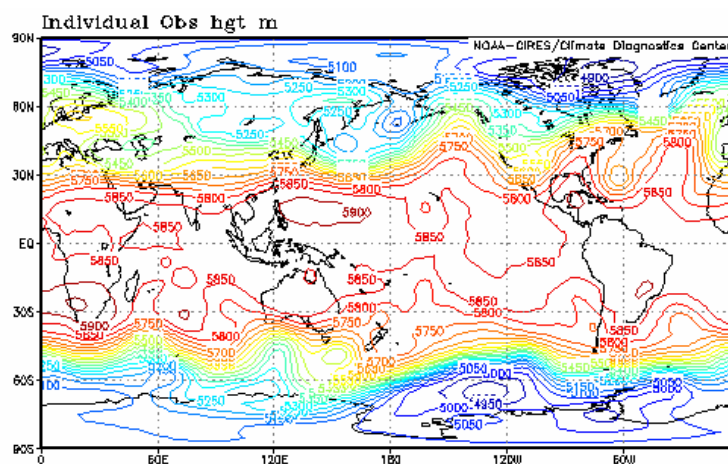
### بحث و نتیجه گیری

در این بخش نتایج حاصل از اجرای مدل و واقعیت ارائه شده‌اند. شکل 2 و 3 به ترتیب، روی‌سان جهانی ژئوپتانسیل پیش‌بینی مدل و واقعیت را در تراز 500 هکتوپاسکال روز یکشنبه تاریخ 83/11/18 (2005/2/6) ساعت 1200 زمان هم‌آهنگ جهانی (UTC) نشان می‌دهند.

مقادیر فراسنج مورد نظر را روی نقاط شبکه به دست می‌آوریم. بازه‌ی زمانی را از تاریخ 83/11/18 (2005/02/06)، آغاز کرده و تا 12 ساعت بعد بررسی می‌کنیم و پیش‌بینی می‌دهیم. انتخاب این بازه زمانی به این علت است که، در طول این دوره کشور ایران تحت تاثیر یک نظام جوّی باران زا، قرار گرفته است. به عنوان مثال میزان بارش در تاریخ 83/11/18 (2005/02/06)، 2 میلی‌متر، در ایستگاه مهرآباد تهران گزارش شده است. ارتفاع ژئوپتانسیل 500 هکتوپاسکال را در نظر می‌گیریم. برای اطمینان از صحت مدل، ژئوپتانسیل واقعی و ژئوپتانسیل پیش‌بینی شده از اجرای مدل را ترسیم و تحلیل می‌کنیم. نقشه‌ها توسط نرم افزار GrADS ترسیم شده‌اند. برای



شکل 2: روی‌سان جهانی ژئوپتانسیل پیش‌بینی مدل در تراز 500 هکتوپاسکال روز یکشنبه تاریخ 83/11/18 (2005/2/6) ساعت 1200 زمان هم‌آهنگ جهانی (UTC)



شکل 3: روی‌سان جهانی ژئوپتانسیل واقع شده در تراز 500 هکتوپاسکال روز یکشنبه تاریخ 83/11/18 (2005/2/6)

ساعت 1200 زمان هم‌آهنگ جهانی (UTC)

پیش‌روی آن را نمایش می‌دهند و از جهت مقدار نیز حدود 5 ژئوپتانسیل دکامتر با هم اختلاف دارند که این می‌تواند ناشی از دقت خوب مدل باشد. همان‌گونه که اشاره شد، محیط فشار گرای، محیطی فرضی است و در طبیعت وجود ندارد و در این محیط، چینش عمودی باد و در نتیجه شیب برداری افقی دما وجود ندارد. گرچه با حرکت به سمت قطب گرادیان دما شدیدتر می‌شود، این نکته در فرضیات مدل لحاظ نشده و نتایج مدل و مقادیر واقعی در قطب تفاوت‌های اندکی را نشان می‌دهند. علاوه بر این موضوع، ما در طراحی این مدل، پستی و بلندی سطح زمین را که از اهمیت بالایی برخوردار است نادیده گرفته‌ایم. هم‌چنین، آزاد شدن گرمای محسوس و نهان و شیب برداری دمایی لحاظ نشده است.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مدل طیفی برای پیش‌بینی میدان ژئوپتانسیل به صورت جهانی، طراحی و نتایج حاصل از آن تحلیل گردید. میدان ژئوپتانسیل با کمک طرح‌واره سه تراز در محیط طیفی پیش‌بینی می‌شود، سپس با بهره‌گیری از عکس این تبدیلات لژاندر و فوریه از فضای طیفی به فضای فیزیکی آورده می‌شوند. بازه زمانی را از تاریخ 83/11/18 (2005/02/06)، آغاز کرده و تا 12 ساعت بعد بررسی می‌کنیم و پیش‌بینی می‌دهیم. انتخاب این بازه زمانی به این علت است که، در طول این دوره کشور ایران تحت تاثیر یک نظام جوئی باران‌زا، قرار گرفته است. نتایج حاصل از مدل، کاملاً حرکات موج و پیش‌روی آن را نمایش می‌دهند. مراکز بسته کم ارتفاع و پراارتفاع از لحاظ مقدار و موقعیت مکانی همپوشانی خوبی با واقعیت دارند. اضافه کردن فرضیاتی نظیر وجود جو چگال‌گرای، آزاد شدن گرمای نهان و لحاظ نمودن پستی و بلندی سطح زمین، می‌تواند پیش‌بینی‌های بهتری را از مدل به دست دهد. امید

بر روی نقشه‌ی مدل، یک مرکز چرخندی با هسته 545 ژئوپتانسیل دکامتر در بخش شمالی دریای خزر قرار گرفته است. بر روی نقشه واقعی دیده می‌شود که چرخند واقع بر روی دریای سیاه طی 12 ساعت از روی دریای سیاه به سوی شرق حرکت کرده است و با مرکز 540 ژئوپتانسیل دکامتر در بخش شمالی دریای خزر قرار گرفته است (این مراکز چرخندی، 5 ژئوپتانسیل دکامتر با هم اختلاف دارند، از جهت موقعیت مکانی هم‌پوشانی خوبی دارند). در نقشه مدل، مرکز و چرخند جنب حاره‌ای در جنوب آفریقا با هسته 595 ژئوپتانسیل دکامتر دیده می‌شود و بر روی نقشه واقعی نیز، مرکز و چرخندی با هسته 595 ژئوپتانسیل دکامتر در جنوب آفریقا مشاهده می‌شود (از لحاظ مقدار کاملاً برابر هستند). بر روی نقشه مدل در شرق ژاپن یعنی بر روی بخش‌های شمالی اقیانوس آرام یک مرکز چرخندی با هسته 515 ژئوپتانسیل دکامتر قرار دارد. هسته واقع بر روی بخش‌های شمالی کشور چین و جنوب سبیری با خط هم‌تراز 520 ژئوپتانسیل دکامتر بسته شده است، که بر روی نقشه واقعی نیز دیده می‌شوند (این مراکز چرخندی، 5 ژئوپتانسیل دکامتر با هم اختلاف دارند، از جهت موقعیت مکانی هم‌پوشانی خوبی دارند). بر روی نقشه مدل، هسته واقع در شمال استرالیا بر روی اقیانوس آرام با هم‌تراز 590 ژئوپتانسیل دکامتر بسته شده است، که بر روی نقشه‌ی واقعی نیز دیده می‌شود. بر روی نقشه مدل، در شرق مکزیک یک مرکز چرخند با هسته 575 ژئوپتانسیل - دکامتر دیده می‌شود. بر روی نقشه واقعی نیز این مرکز چرخندی با هسته 580 ژئوپتانسیل - دکامتر دیده می‌شود (این مراکز چرخندی، 5 ژئوپتانسیل دکامتر با هم اختلاف دارند، از جهت موقعیت مکانی هم‌پوشانی خوبی دارند). با بررسی نقشه مدل و نقشه واقعی به این نتیجه رسیدیم که با وجود فرض فشار گرای بودن محیط، نتایج حاصل از مدل کاملاً حرکات موج و

- 5- Gelb, A. and Gleeson, J. 2001: Spectral Viscosity for Shallow Water Equations in Spherical Geometry. Monthly Weather Review. 15PP.
- 6- Haltiner, G. J., and R. T. Williams, 1980: Numerical Prediction and Dynamic Meteorology, John Wiley & Sons, 477 PP.
- 7- Holton, J., 1992: An Introduction to Dynamic Meteorology. Academic Press, 511 PP.
- 8- Krishnanamurti, T. N. 1998: An Introduction to Global Spectral Modeling. Oxford University Press, 253 PP.
- 10- Ooyama, K. 2002: The Cubic\_Spline Transform Method: Basic Definitions and Tests in an ID Single Domain. Monthly Weather Review. 24 PP.
- 11- Robert, A. J., 1968 Feb: Integration of a Spectral Barotropic Model from Global 500-MB Charts. Monthly Weather Review.
- 12- Silberman, I., 1954. Planetary waves in the atmosphere. J. Meteorol., 11: 27-34.

است با عملیاتی شدن رایانه‌های فوق سریع در سازمان هواشناسی کشور و دسترسی به رایانه‌های پرسرعت بتوان این مدل را با قدرت تفکیک بالاتر بسط و توسعه داد و از آن برای پیش بینی فراسنج‌های هواشناسی استفاده نمود.

#### منابع

- 1- فورنبرگ، بنت، راهنمای عملی برای روش های شبه طیفی، ترجمه‌ی دکتر سید محمد حسینی.
- 2- Chu, P. C. and Shan, X. and Fan, C. 2000: Comparison between wavenumber truncation and Horizontal Diffusion Methods in Spectral Models. Monthly Weather Review. 7PP.
- 3- Durran, D. R., 1999: Numerical Methods for Wave Equations in Geophysical Fluid Dynamics. Springer- Nerlag New York, Inc., 465PP.
- 4- GARP 17. VOLII. Chaper3, page 121 to 275.