

## توسعه هسته دینامیکی یک مدل گردش کلی جو در مختصه قائم فشاری سیگما-پی

رضا لقائی زاده<sup>۱\*</sup>، علیرضا محب الحجه<sup>۲</sup>، محمد جنتائی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد هواشناسی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد،

۲- استاد، گروه فیزیک فضا، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

۳- استادیار، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

(دریافت: ۱۳۹۷/۰۵/۱۱، بازنگری: ۱۳۹۷/۰۸/۲۰، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۸/۲۳، انتشار آنلاین: ۱۳۹۸/۰۸/۲۳)

## چکیده

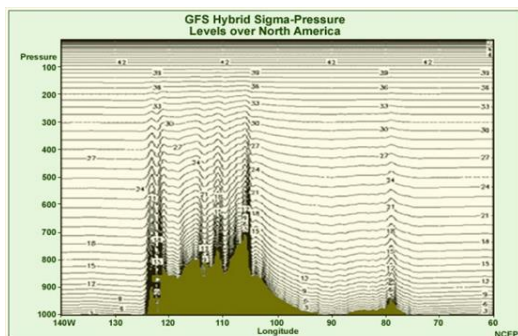
توسعه نسخه های مختلف هسته های دینامیکی و مقایسه نتایج بین آنها، کمک زیادی در ارزیابی نتایج دارد. به همین دلیل اکثر مدل های گردش کلی جو در ساختارهای قائم و شبکه بندی های متفاوت گسترش می یابند. در پژوهش حاضر نتایج مدل گردش کلی جو ساخته شده بر مبنای الگوریتم فرابرد پربندی نیمه-لاگراژی بادررو در مختصه قائم سیگما-پی ارائه می گردد. الگوریتمی بر مبنای استفاده از نمایش پربندی برای یک کمیته بنیادی دینامیکی مانند تاوایی پتانسیلی می باشد که پیش تر در روند ساخت مدل گردش کلی جو، برای معادلات بسیط آب کم عمق و همچنین آب کم عمق چندلایه ای بوسیسنسک، و نیز برای معادلات بسیط چندلایه ای نابوسیسنسک در مختصه قائم هیبریدی سیگما-تا روی کره و تحت شبکه بندی چارنی-فیلیس به کار رفته است. در این مقاله هسته دینامیکی مدل در مختصه قائم سیگما-پی بر مبنای شبکه بندی های لورنتس و چارنی-فیلیس مقایسه خواهد شد. به منظور ارزیابی و مقایسه هسته های دینامیکی از آزمون توسعه موج کزفشار یابلونسکی - ویلیامسون (۲۰۰۶) برای میدان های مختلف مدل استفاده شده است و در پایان مقایسه ای کیفی و کمی با چند هسته دینامیکی مدل های مرجع جهانی انجام شده است. این مقایسه نشان می دهد مشکل آغازگری موجود در مختصه قائم سیگما-تا، در مختصه سیگما-پی از بین می رود و جواب ها به جواب بهینه نزدیک تر و خطاها کمتر می شوند.

**کلمات کلیدی:** مدل گردش کلی جو، مختصه قائم سیگما-پی، هسته دینامیکی، شبکه چارنی-فیلیس، شبکه لورنتس، الگوریتم DCASL

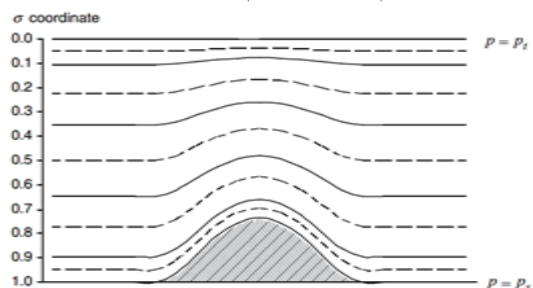
## مقدمه

در اکثر مدل های کاربردی امروزی همچون ECMWF، GFS، CAM، GME از مختصه قائم  $\sigma-p$  استفاده می شود (شکل ۲).

ساختار قائم یک مدل گردش کلی (GCM) اهمیت بسزایی در تشریح رفتار آن مدل و پیش بینی های انجام گرفته مدل در سطوح مختلف جو دارد. ساده ترین حالت برای نوشتن معادلات حرکت مدل در مختصات فشاری است، ولی به دلیل قطع کوهساری، ناگزیر از استفاده هم زمان آن با مختصه فشار بهنجار شده موسوم به  $\sigma$  خواهیم بود. (شکل ۱).



شکل (۲): بکارگیری ساختار قائم  $\sigma-p$  در مدل جهانی GFS.



شکل (۱): ساختار قائم  $\sigma-p$  و عدم قطع کوهساری در آن.

در این مقاله، مختصه قائم هسته دینامیکی GCM مورد مطالعه که بر مبنای تاوایی پتانسیلی و با الگوریتم DCASL ساخته شده

گیرند. در حالی که در شبکه بندی  $L$ ، (لورنتس)، دمای پتانسیلی در ترازهای اصلی مدل که سرعت افقی و ژئوپتانسیل بر روی آنها است (ترازهای صحیح)، قرار دارند و شارهای قائم جرم بر روی ترازهای کسری قرار می گیرند.

### مختصه قائم $\sigma-P$ در شبکه چارنی-فیلیپس

حالت خاصی از مختصه قائم  $\sigma-\theta$  معرفی شده در [3] با رابطه  $\xi = f(\sigma) + g(\sigma)\theta$  که در آن  $f$  و  $g$  دو تابع تحلیلی با خواص مورد نظر هستند، با فرض  $g(\sigma) = 0$  و  $f(\sigma) = \sigma$  بدست می آید:

$$\xi = f(\sigma) = \sigma$$

با بازنویسی تابع  $f$  به صورت تابعی از فشار و فشار سطح زمین، می توان با استفاده از جدول موجود در [2] و رابطه زیر، مقادیر فشار را در ترازهای کسری به صورت زیر نوشت:

$$P_{k+\frac{1}{2}} = a_{k+\frac{1}{2}} P_0 + B_{k+\frac{1}{2}} P_s$$

استفاده از رابطه فوق، حل مستقل معادله دمای پتانسیلی را بر روی ترازهای کسری ایجاب می کند. به علاوه، با حل بخش افقی معادله پیوستگی جرم، فشار سطح زمین و از آنجا فشار بر روی ترازهای کسری تعیین می شود. این امر به شرطی بر روی شار قائم جرم و در نتیجه تعیین یکنای آن بر روی ترازهای کسری منجر میشود.

### مختصه قائم $\sigma-P$ در شبکه لورنتس

معادله هیدرواستاتیک، نیروی شیو (گرادیان) فشار، انرژی ترمودینامیکی و مقادیر فشار با استفاده از [7] و به صورت زیر نوشته می شوند:

که در آنها  $\varphi$  ژئوپتانسیل،  $\varphi_s$  ژئوپتانسیل سطح زمین،  $T$  دما،  $P$  فشار،  $R$  ثابت گاز برای هوای خشک،  $\kappa = R/c_p$  به ازای ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت است.

است، در مختصه قائم  $\sigma-P$  و در دو شبکه بندی مختلف یعنی چارنی-فیلیپس (شبکه بندی CP) و لورنتس (شبکه بندی L) توسعه داده می شود. سپس با مختصه قائم پیشین مدل، یعنی  $\sigma-\theta$  با شبکه بندی چارنی-فیلیپس و همچنین با چهار هسته دینامیکی GCM های مرجع جهانی اوپلری، نیمه لاگراژی، حجم متناهی و GME (مدل هواشناسی آلمان)، از طریق آزمون توسعه موج کژفشار یابلونوسکی-ویلیامسون (۲۰۰۶) مقایسه می شود.

بنابراین، در بخش ۲ فرمول بندی و گسسته سازی لازم، افزون بر مقاله ۲۰۱۶ محب الحجه و همکاران [6] و با استفاده از مقالات [3] و [7] و جدول B-1 از مقاله یابلونوسکی-ویلیامسون (۲۰۰۶)، [2]، ارائه و ساختار قائم  $\sigma-P$  بر اساس دو شبکه بندی CP و L ساخته می شود. در بخش ۳ مقایسه هسته دینامیکی GCM ساخته شده در مختصات قائم و تفکیک افقی مختلف، با چهار مدل مرجع جهانی انجام می پذیرد. این مقایسه ها با استفاده از آزمون یابلونوسکی-ویلیامسون (۲۰۰۶) و شامل مقایسه میدان های دما و فشار سطح در تراز ۸۵۰ هکتوپاسکال در روز نهم توسعه ناپایداری کژفشار به عنوان یک نمونه و همچنین مقایسه میدان تاوایی نسبی در روزهای هفتم و نهم و همچنین مقایسه الگوی فشار سطح طی روزهای یازدهم، چهاردهم و شانزدهم پس از اجرای مدل می باشد. در پایان، دو مقایسه کمی از میدان فشار سطح در مختصات گوناگون مدل با تفکیک  $256 \times 256$  نسبت به مدل مرجع اوپلری CAM3، موسوم به EUL T170 انجام خواهد شد. این مقایسه ها حاکی از کاربرد موفق مختصه قائم  $\sigma-P$  (به ویژه کنترل میدان دما و برطرف شدن مشکل آغازگری موجود در مختصه  $\sigma-\theta$  برای این آزمون) در هسته دینامیکی GCM مورد مطالعه می باشد.

### فرمول بندی

در شبکه بندی CP (چارنی-فیلیپس) دماهای پتانسیلی در ترازهایی که شارهای قائم جرم هستند، قرار دارند (تراز کسری) و هر دو در میان ترازهای سرعت افقی (ژئوپتانسیل) قرار می-

$$\varphi_{k+\frac{1}{2}} = \varphi_s + \sum_{r=k+1}^{NLEV} RT_r \ln \frac{P_{r+\frac{1}{2}}}{P_{r-\frac{1}{2}}}$$

$$\varphi_k = \varphi_{k+\frac{1}{2}} + \alpha_k RT_k$$

$$\alpha_k = 1 - \frac{P_{k-\frac{1}{2}}}{\Delta p_k} \ln \frac{P_{k+\frac{1}{2}}}{P_{k-\frac{1}{2}}}$$

$$\left( \frac{RT}{p} \nabla p \right)_k = \frac{RT_k}{\Delta p_k} \left[ \left( \ln \frac{P_{k+\frac{1}{2}}}{P_{k-\frac{1}{2}}} \right) \nabla p_{k-\frac{1}{2}} + \alpha_k \nabla (\Delta p_k) \right]$$

$$\left( \frac{\kappa T \omega}{p} \right)_k = \frac{\kappa T_k}{\Delta p_k} \left[ \left( \ln \frac{P_{k+\frac{1}{2}}}{P_{k-\frac{1}{2}}} \right) \sum_{r=1}^{k-1} \nabla \cdot (v_r \Delta p_r) + \alpha_k \nabla \cdot (v_k \Delta p_k) + v_k \cdot \left( \frac{1}{p} \nabla p \right)_k \right]$$

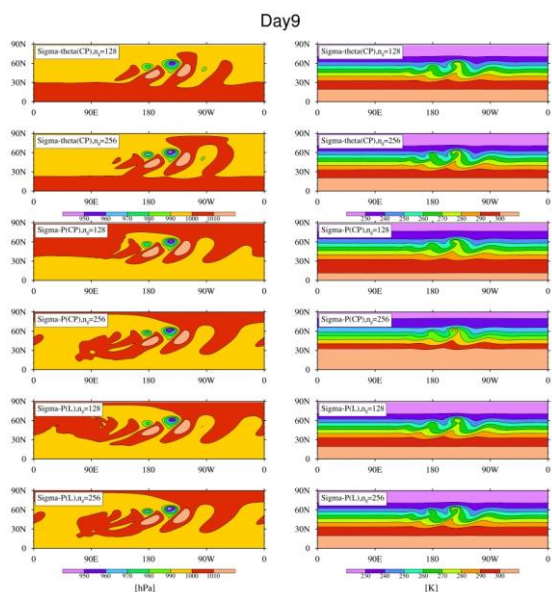
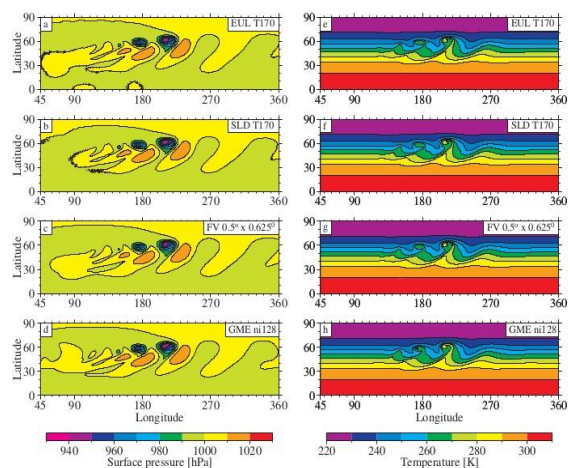
$$p_k = \begin{cases} \frac{\Delta p_k}{\ln \left( \frac{P_{k+\frac{1}{2}}}{P_{k-\frac{1}{2}}} \right)}, & k > 1 \\ \frac{1}{2} \Delta p_1, & k = 1 \end{cases}$$

$$P_{k+\frac{1}{2}} = a_{k+\frac{1}{2}} P_0 + B_{k+\frac{1}{2}} P_s$$

### نتایج آزمون مدل با ساختار قائم گوناگون

ارزیابی مدل‌های گردش کلی (GCMs) و به‌ویژه ارزیابی هسته‌های دینامیکی آنها گام مهمی در بهبود عملکرد مدل خواهد بود. آزمون توسعه موج کژفشار یابلونسکی-ویلیامسون (۲۰۰۶) برای ارزیابی هسته‌های دینامیکی خشک روی کره در دو حالت معادلات اولیه هیدرواستاتیکی و غیرهیدرواستاتیکی با تقریب جو کم عمق به کار می‌رود. برای هر دو حالت فوق شرایط اولیه جوابهای متوازی هستند که برای مجموعه معادلات بی‌دررو و فاقد اصطکاک به کار می‌روند. با این آزمون، می‌توان ویژگی‌های مهم طرحواره‌های عددی مانند نوسانات گیس، خطاهای برشی و تاخیرهای زمانی جواب را مشخص کرد. همچنین این آزمون به منظور ارزیابی هسته‌های دینامیکی، که برای شبیه‌سازی پیش‌بینی عددی وضع هوا (NWP) و اقلیم هستند، به کار می‌رود. در این مقاله، از آنجا که جواب تحلیلی مسئله نامشخص است، ما از این آزمون برای تخمین دقت و ارزیابی جواب‌های به‌دست آمده از هسته دینامیکی در تفکیک‌های افقی و مختصه‌های

قائم گوناگون با جواب چندین هسته دینامیکی مرجع، در تفکیک‌های افقی مناسب، استفاده می‌کنیم. سه هسته دینامیکی مرجع هیدرواستاتیکی به کار رفته در اینجا از نسخه سوم مدل مرکز ملی تحقیقات جوی امریکا (NCAR) موسوم به CAM3 هستند: هسته دینامیکی حجم متناهی [4] و دو هسته دینامیکی طیفی یعنی اوپلری و نیمه‌لاگرنژی [1]. همچنین هسته دینامیکی مدل کاربردی پیش‌بینی وضع هوای آلمان، یعنی GME از مرکز خدمات وضعیت هوای آلمان (DWD) در این آزمون به عنوان مرجع دیگر استفاده شده است. این مدل تفاضل متناهی هیدرواستاتیکی بر مبنای شبکه‌بندی بیست‌وجهی با ساختار شبکه مثلثی شده می‌باشد [5]. خلاصه‌ای از تفکیک و شبکه‌بندی افقی و گام‌های زمانی مراجع نامبرده به همراه هسته دینامیکی مورد ارزیابی شده در دو تفکیک افقی، در جدول شماره ۱ ارائه شده است [2].



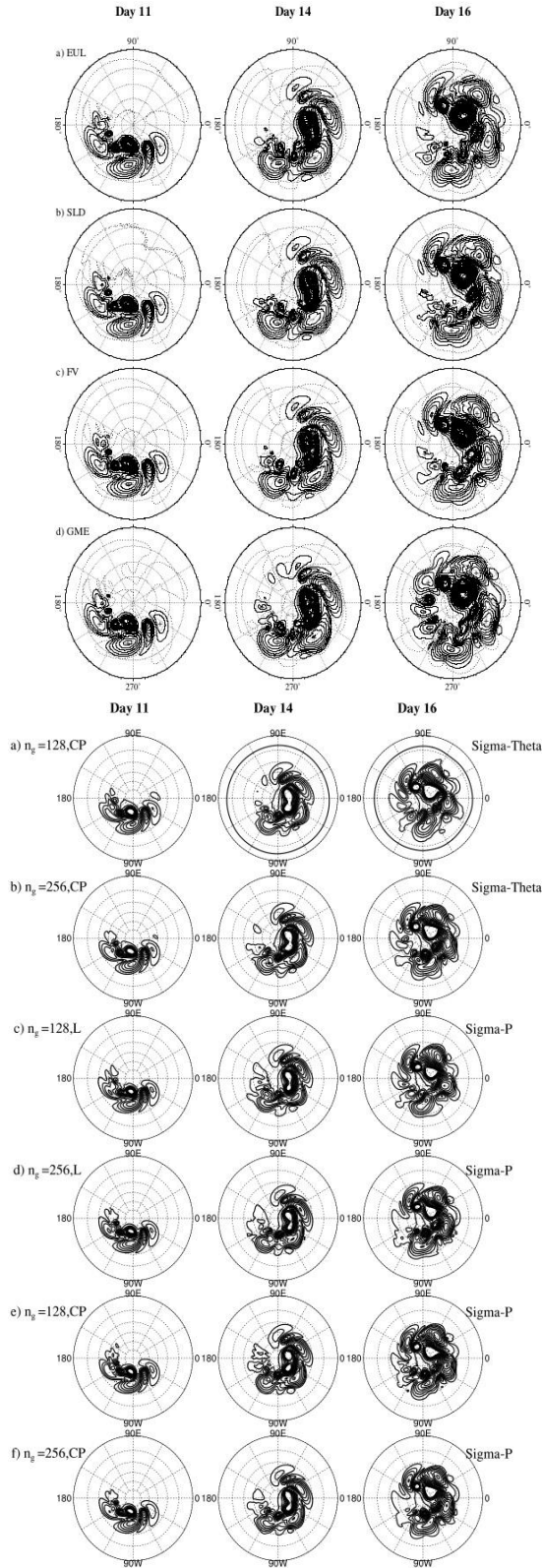
شکل (۳): مقایسه میدان‌های دما و فشار سطح هسته‌های دینامیکی در مختصات قائم  $\sigma-p$  و  $L, CP-grid$  و  $\sigma-\theta$  با تفکیک  $128 \times 128$  و  $256 \times 256$  در روز نهم با هسته دینامیکی مدل‌های مرجع.

با توجه به شکل ۴ می‌توان میدان تاوایی نسبی در روزهای هفتم و نهم مدل‌های مرجع را با جواب‌های هسته دینامیکی مدل حاضر در مختصات قائم و با تفکیک‌های افقی مختلف مقایسه کرد. مشاهدات مقایسه‌ای بیانگر شباهت بیشتر در شبکه‌بندی  $L$  و مختصه قائم  $\sigma-p$  دارد.

جدول (۱): مشخصات هسته‌های دینامیکی مورد مقایسه قرار گرفته. گام شبکه‌ای برای در راستای نصف‌النهاری و برای سایر هسته‌ها در استوا است.

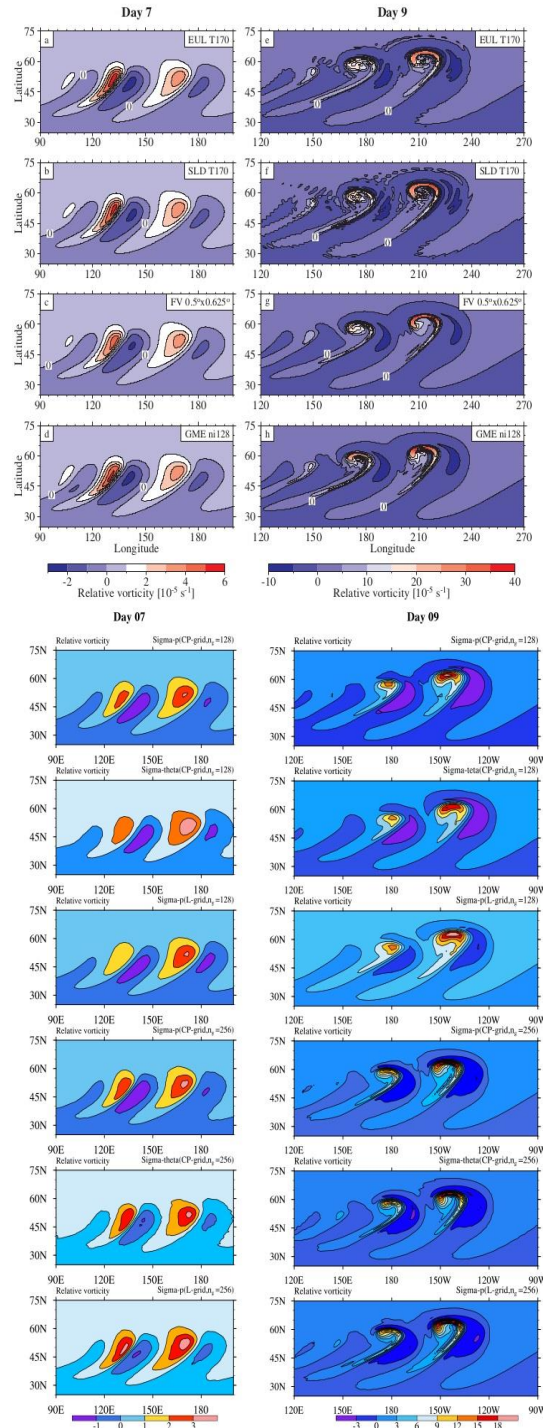
گام زمانی (ثانیه)	فاصله شبکه‌ای (km)	تعداد نقاط شبکه (km lat lon)	تفکیک	هسته دینامیکی
۳۰۰	۷۸	۵۱۲ ۲۵۶	طیفی T170	اولری CAM3
۹۰	۶۹*۵۵	۵۷۶ ۳۶۱	۰/۵ ۰/۶۲۵	حجم منتهای CAM3
۲۰۰	۵۵	۱۶۳۸۴ ۲	۱۲۸	۲۰ وجهی GAM
۲۷۰	۷۸	*۱۲۸ ۱۲۸	۱۲۸	DCASL 1
۱۳۵	۱۵۶	*۲۵۶ ۲۵۶	۲۵۶	DCASL 2

حال به عنوان نمونه، به بررسی و ارزیابی کیفی اجرای مدل در روز نهم و مقایسه در همان روز با جواب مدل‌های مرجع برای میدان‌های دما و فشار سطح می‌پردازیم. همان‌طور که در شکل ۳ دیده می‌شود، بیشترین شباهت با مدل‌های مرجع را شبکه-بندی  $L$  و مختصه قائم  $\sigma-p$  دارد. دلیل این امر بیش از هر چیز آن است که مدل‌های مرجع خود بر مبنای شبکه‌بندی  $L$  هستند. مختصه قائم  $\sigma-\theta$  تحول موج را به خوبی نمایان می‌سازد و ساختارهای ریزتری را در میدان دما نسبت به مختصه‌های قائم (به‌ویژه با تفکیک افقی  $256 \times 256$ ) ایجاد می‌کند.



شکل (۵): مقایسه الگوی میدان فشار سطح هسته‌های دینامیکی.

با مقایسه الگوی میدان فشار سطح هسته‌های دینامیکی مرجع و هسته دینامیکی مورد مطالعه به‌ویژه در تفکیک افقی ۲۵۶\*۲۵۶ طی روزهای یازدهم، چهاردهم و شانزدهم می‌توان



شکل (۴): مقایسه میدان تاوایی نسبی هسته‌های دینامیکی مرجع و هسته دینامیکی مورد مطالعه در تفکیک‌های افقی مختلف در روزهای هفتم و نهم.

های مختلف نسبت به مدل‌های مرجع در ۱۵ روز اول اجرای مدل است. همچنین هر دو شبکه‌بندی لورنتس و چارنی-فیلیپس در مختصه قائم  $\sigma-P$ ، دیگر مشکل آغازگری در میدان فشار سطح را ندارند. به‌علاوه این‌که، با مقایسه الگوی میدان فشار سطح هسته‌های دینامیکی مرجع و هسته دینامیکی مورد مطالعه به‌ویژه در تفکیک افقی  $256 \times 256$  طی روزهای یازدهم، چهاردهم و شانزدهم می‌توان از تشابه الگوهای میدان فشار سطح هسته دینامیکی با سه مدل مرجع CAM3 پی برد. نتایج به‌دست آمده به‌خوبی امکان استفاده از DCASL و توانایی آن در مختصه قائم  $\sigma-P$  را نشان می‌دهند.

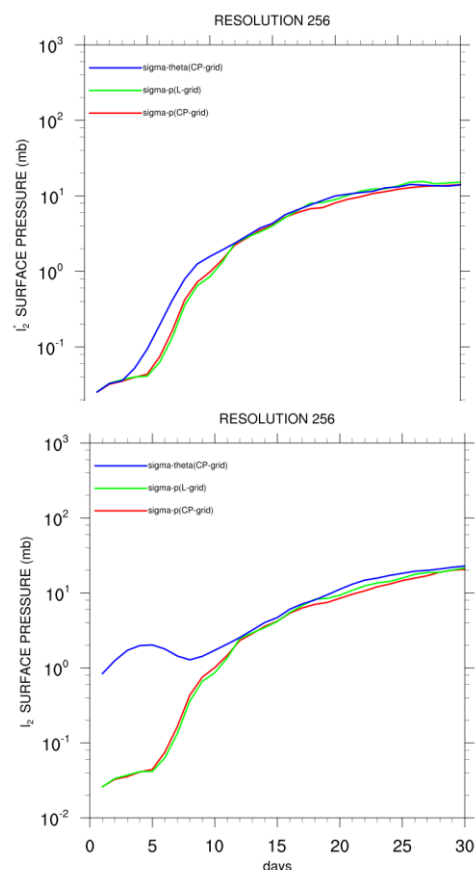
### مراجع

- [1] Collins, W. D., Rasch, P. J., Boville, B. A., Hack, J. J., McCaa, J. R., Williamson, D. L., Kiehl, J. T., Briegleb, B. P., Bitz, C. M., Lin, S.-J., Zhang, M. and Dai, Y., 2004: Description of the NCAR Community Atmosphere Model (CAM3.0). NCAR Technical Note NCAR/TN-464+STR. National Center for Atmospheric Research, PO Box 3000, Boulder CO80307-3000, USA.
- [2] Jablonowski, C. and D. L. Williamson (2006): A baroclinic instability test case for atmospheric model dynamical cores. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 132, 2943–2975.
- [3] Konor, C. S., and A. Arakawa, 1997: Design of an atmospheric model based on a generalized vertical coordinate. Mon. We Rev., 125, 1649–1673, doi:10.1175/1520-0493(1997)125,1649:DOAAMB.2.0.CO;2
- [4] Lin, S.-J., 2004: A 'vertically Lagrangian' finite-volume dynamical core for global models. Mon. Weather Rev., 132, 2293–2307.
- [5] Majewski, D., Liermann, D., Prohl, P., Ritter, B., Buchhold, M., Hanisch, T., Paul, G., Wergen, W. and Baumgardner, J., 2002: The Operational Global Icosahedral-Hexagonal Gridpoint Model GME: Description and high-resolution tests. Mon. Weather Rev., 130, 319–338.
- [6] Mohebalhojeh, A. R., and Joghataei M., D. G. Dritschel, 2016: Toward a PV-based algorithm for the dynamical core of hydrostatic global models. Mon. Wea. Rev., 144, NO.7.
- [7] Simmons, A. J., and D. M. Burridge, 1981: An energy and angular momentum conserving vertical finite-difference scheme and hybrid vertical coordinates. Mon. Wea. Rev., 109, 758–66.

از تشابه الگوهای میدان فشار سطح هسته دینامیکی با سه مدل مرجع CAM3 پی برد.

### مقایسه کمی با هسته دینامیکی مدل مرجع اویلری

با استفاده از تعاریف نرم‌های  $l_2$  و  $l_2^*$  واقع در [2] می‌توانیم اختلاف میدان‌های فشار سطح هسته دینامیکی در مختصات قائم گوناگون را در تفکیک افقی  $256 \times 256$  نسبت به مدل اویلری CAM3 T170 محاسبه کنیم (شکل ۶). رفع مشکل آغازگری موجود در مختصه قائم  $\sigma-\theta$  با این آزمون با استفاده از مختصه  $\sigma-P$  به‌خوبی پیداست.



شکل (۶): مقایسه کمی نرم‌های  $l_2$  و  $l_2^*$  در تفکیک افقی  $256 \times 256$  نسبت به مدل اویلری CAM3 T170.

### نتیجه‌گیری

با توجه به مقایسه‌های کمی و کیفی انجام شده بین چهار هسته دینامیکی مرجع جهانی با هسته دینامیکی مورد مطالعه می‌توان گفت که کاربرد مختصه قائم  $\sigma-P$  در شبکه‌بندی لورنتس برای این هسته دینامیکی همراه با کمترین اختلاف در میدان-

## Developing Dynamical Core of a GCM in Sigma-Pressure vertical Coordinate

Reza Laghaei Zadeh\*<sup>1</sup>, Ali Reza Moheb Alhojeh <sup>2</sup>, Mohammad Joghataei<sup>3</sup>

1- M.Sc. Student of Meteorology , University of Yazd

2- Professor of Meteorology , Institute of Geophysics

3- Assistant Professor, Physics Department, University of Yazd

(Received: 02 Aug 2018, Revised: 11 Nov 2018, Accepted: 14 Nov 2019, Published online: 14 Nov 2019)

### Abstract

Developing atmospheric General Circulation Models (GCMs) and, in particular, their dynamical cores are important steps towards future model improvements. For this reason, most GCMs of the atmosphere are developed in various vertical coordinates and grids. The diabatic contour-advective semi-Lagrangian method (DCASL) is an algorithm based on the use of contour representation for a fundamental dynamic quantity such as a potential vorticity. Previously, DCASL algorithms have been constructed for the shallow-water and multilayer Boussinesq primitive equations and also multilayer non-Boussinesq equations on the sphere using a hybrid terrain-following–isentropic (Sigma-Theta) vertical coordinate on the Charney-Philips grid (CP-grid). In this research, the results of the dynamical core constructed based on the DCASL algorithm are presented for the hybrid terrain-following–pressure (Sigma-P) vertical coordinate and compared with the results in the previously constructed model in coordinate. Also in this study, the performance of the coordinate models constructed using the CP-grid and the Lorenz grid (L-grid) are compared. For assessment and comparison of the dynamical cores in representations of different fields, we have used the baroclinic instability test case introduced by Jablonowski and Williamson in 2006. Qualitative and quantitative comparisons have been made with the results of four dynamical cores of global reference models (three hydrostatic dynamical cores that are parts of NCAR's Community Atmosphere Model version 3 (CAM3) and also the dynamical core of the operational weather forecast model GME at the German Weather Service (DWD)). The comparisons show that the initialization problem present in the Sigma-Theta vertical coordinate in this test case is removed by the use of the Sigma-P vertical coordinate and thus results become ever closer to the references solutions. Also results of the Sigma-P vertical coordinate in the Lorenz grid for this dynamical core have the least difference with the reference results in the first 15 days of the test case.

**Keywords:** GCM Sigma–Pressure Vertical Coordinate Dynamical Core Charney-Philips Grid Lorenz Grid DCASL Algorithm Baroclinic Wave Test Case.

---

\* Corresponding author:

Email Address: laghaei.reza@gmail.com